第 1 章　电路的基本概念和基本定律

本章提要

本章是入门篇，介绍电路的基本概念和基本定律。包括电路的组成和常见的电路元件模型；讲解电路的基本物理量，如电压、电流、功率和电能；并介绍电路结构的约束条件——基尔霍夫定律。

计算机是由各种各样的电路组成的。因此，学习计算机硬件的基础就是电路。19 世纪末期，电机、电话和电灯这三大发明使人类社会走上了电气化的道路。到如今，电能已成为最主要的能源，电能的使用已广泛深入到人们生活的各个方面。电能可以在发电站集中生产，通过电网实现瞬时远方传输；可以方便地提供动力；可以对信息进行变换、处理；并且控制方便、操作简单省力。电气自动化的水平已成为现代化社会进步的重要标志。

1.1　电路

1.1.1　电路的组成和电路图

电流的通路称为电路，也称为电网络。它是由电路元件按一定方式组合而成的。

有两种常用的电路：一种是电力电路；另一种是信号电路。

无论哪一种电路，都有电源、负载和中间环节三个基本部分。电源提供电能，用来把其他形式的能量转换成电能；负载是用电设备，通常指将电能转换成其他形式的能量而做功的器件。但从广义上来说，人们往往也把后一级电路称作前一级电路的负载，而前一级电路又往往被看成后一级电路的电源。连接电源和负载的导线、开关、变压器等电器设备就是中间环节。它们起着传输、分配和控制电能的作用。

电路由一个个电路元件组成。电路元件通常用电路符号表示，再用电路符号构成电路图。电路图有原理图和实际接线图之分，实际接线图更接近于实际的电路元件的连接方式。大家在中学里学过，电路的基本连接方式有串联和并联，这里定义：凡是能简化为由串联和并联方式组成的电路，统称为简单电路，否则，称为复杂电路。

1.1.2　电路的基本物理量

电路的基本物理量通常指电流、电压、功率和电能。这里约定，以小写英文字母后带括号(t)，如 $i(t)$、$u(t)$表示随时间变化的物理量，而以大写字母，如 I、U 表示不随时间变化的量。

为行文简便，如无特别声明，各表示式及文中单位均取我国法定计量单位及国际单位制，并采用相应的表示大小单位关系的词冠。如以 k 表示千倍；M 表示兆倍（10^6）；m 表示 10^{-3} 倍，中文读作“毫”；μ 表示 10^{-6} 倍，中文读作“微”，如 μF 表示“微法拉”；n 表示 10^{-9} 倍，中文读作“纳”，如 nA 表示“纳安培”；p 表示 10^{-12} 倍，中文读作“皮”，如 pF 表示“皮法拉”等。

1. 电流

电荷有规律的运动，称为电流。

无论金属导体中的自由电子，电解液中的正负离子，还是气体中的带电质点，导体中的带电质点，在电场作用下有规律地移动就形成电流。

电流的强弱用电流强度 $i(t)$表示。电路中各点的电流强度不一定相等。电路中某点处的电流强度，在数值上等于单位时间内穿过该点处导体横截面的电荷数量，如果在时间 t 内，穿过该点处导体横截面的电荷数量为 q，则电流强度的大小就是

$$i(t)=\frac{q(t)}{t} \tag{1-1a}$$

这是一个平均值，显然，时间越短，这个平均值越接近于真实值。

严格地说，电流强度的大小就是通过导体横截面的电量 q 对时间 t 的变化率，即在极短的时间 $\mathrm{d}t$ 内，穿过该点处导体横截面的电荷数量为 $\mathrm{d}q$，则电流强度的大小就是

$$i(t)=\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-1b}$$

式中，电量的单位是库仑（C），时间的单位是秒（s），则电流强度的单位是安培（A），较大的电流强度用千安（kA）表示，较小的电流强度用毫安（mA）、微安（μA）、纳安（nA）等表示。

电流强度常简称为“电流”。这样，“电流”一词就有双重含义，它既表示电荷定向运动的物理现象，同时又表示“电流强度”这样一个物理量。

在电场中，正负电荷的移动方向是相反的，在历史上，已规定采用正电荷运动的方向作为电流的实际方向；显然，负电荷移动的方向是电流的反方向。

例 1-1 1.5C 的电荷在导线中由 a 向 b 转移，时间为 0.5min，求电流强度的大小和方向。

解

$$I=\frac{q}{t}=\frac{1.5}{0.5\times 60}=0.05\,\mathrm{C/s}=0.05\,\mathrm{A}$$

如果移动的是正电荷，电流方向由 a 到 b；如果移动的是负电荷，电流方向则相反，由 b 到 a。因为电流的方向是正电荷移动的方向。

电流按波形可分为以下几类：大小和方向都不随时间变化的电流称为稳恒电流，也常称为直流电流，用大写字母 I 表示；大小和方向同时随时间作周期性变化的电流，称为交流电，如正弦交流电；仅大小随时间变化的电流称为脉动电流（图 1-1）。通常用 $i(t)$表示大小随时间变化的电流。

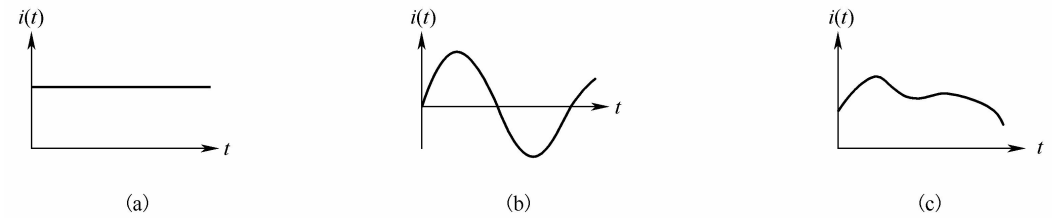


图 1-1 各种形式的电流

（a）直流电流；（b）交流电流；（c）脉动电流

测量电流的方法和仪表众多，最基本的方法是用电流表。测量直流电流强度的仪表是直流电流表，简称电流表，以符号 —Ⓐ—，—ⓜA—和—ⓤA— 表示，分别叫做安培计、毫安表和微安表。测量交流电流的仪表，叫做交流电流表，通常在仪表上加“～”符号表示，如—Ⓐ—，

—(mA)— 和 —(μA)— 等。电流表只能串联于被测电路中。

2. 电压和电位

既然电流是带电粒子在电场作用下定向移动形成的，电场力必然对带电粒子做功。为了衡量电场力做功的大小，引入电路分析的第二个基本物理量——电压。

电压的定义是：如果电场力把一定数量的电荷 q 从 a 点移到 b 点所做的功为 W_{ab}（理论和实验证明，W_{ab} 与路径无关），则电场中 a 点到 b 点的电压 u_{ab} 定义为

$$u_{ab}=\frac{W_{ab}}{q} \tag{1-2}$$

电压又称为电位差。实际上，为了便于分析和比较电场中不同点的能量特性，总是在电场中指定某一点为参考点 O，令其电位为零，U_O=0，而把任意点 a 相对于参考点 O 之间的电压称为 a 点的电位，U_a= U_{ao}。在物理学中，电位参考点选在无穷远处；在电力工程上常选大地作为参考点；在电路分析，特别在电子工程上，电位参考点选用一条特定的公共线，这条公共线是该电路中很多元件的汇集处，而且常常是电源的一个极。这个点一般和机壳相连，用接机壳的符号“⊥”表示。这条公共线虽不一定真正接地，有时也称为“地线”。在电路分析中，选中了参考点以后，谈论电位才有意义。

从式（1-2）可知，u_{ab} 与路径无关，否则对不同的路径 ab，将有不同的电压值 u_{ab}。这样，对于同一电位参考点 O，有

$$u_{ab}=\frac{W_{ao}}{q}-\frac{W_{bo}}{q}=u_{ao}-u_{bo}=U_a-U_b \tag{1-3}$$

可见，电压 u_{ab} 就是 a、b 两点间电位差。这就是电压又称为电位差的道理。

通常，我们记高电位点为电压的“正极”，低电位点为电压的“负极”，因而，电压也就有了极性。为了分析电路的方便，我们按照电压的极性规定电压的方向：从正极指向负极，即规定电压的方向为电场力移动正电荷的方向。在图 1-2 中，我们标注了通过电路元件的电流方向，以及其上两端的电压的极性和电压的方向。

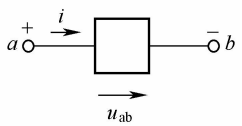


图 1-2　通过电路元件的电流方向及其上两端的电压的极性和电压的方向

从式（1-2）可知，电场力移动电荷，电场力总做正功，电场能量减少。如果移动的是正电荷，电位降低，起点 a 电位比终点 b 电位高；如果移动的是负电荷，则电压 u_{ab} 为负值，表示电位升高，起点 a 电位比终点 b 电位低，见图 1-3（a），图中 F 表示电场力。

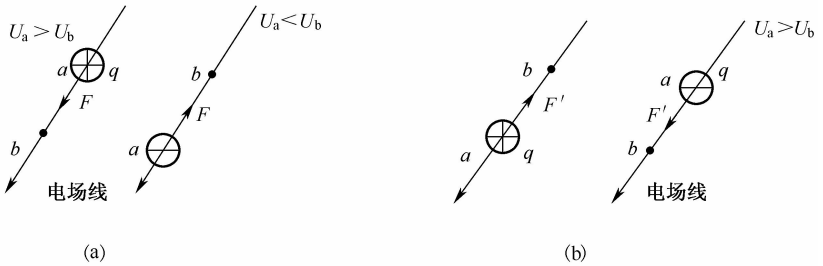


图 1-3　电场力做功与非电场力克服电场力做功两种情况下电位的升降

（a）电场力做功与电位的升降；（b）非电场力克服电场力做功与电位的升降

实际上，在电路中，除了电场力做功，还有非电场力做功。在非电场力作用下，带电粒

子将逆着它所受电场力的方向移动，也就是克服了电场力做了功，而把其他形式的能量转变为电场能量储存起来。如果非电场力克服电场力做功，即电场力做负功，$W_{ab}<0$，电场能量增加。如果移动的是正电荷，则电压 u_{ab} 为负值，表示电位升高，起点 a 电位比终点 b 电位低；如果非电场力移动的是负电荷，则电压 u_{ab} 为正值，表示电位降低，起点 a 电位比终点 b 电位高，见图 1-3（b），图中 F'为非电场力。

综上所述，正电荷移动时，电场能量的得失体现为电位的升降（二者一致）。我们规定正电荷在电场力作用下移动的方向为电流的方向，也就使分析电路中能量的得失、电位的升降有了比较简明的标准。

3. 电源的电动势

下面讨论电源的电动势及其方向。

若电流通过元件时，电场能量减少，则该元件吸收（或消耗）电场能量，并把它转换为其他形式的能量，如热能和光能等。该元件称为“负载”。反之，若电流通过某种元件时，电场能量增加（即得到电场能量），则该元件是产生（或提供）电场能量的元件。电源就是这样一种能够产生电场能量的元件。在电源内部，非电场力 F'对电荷做功，使正（负）电荷不断地从低（高）电位向高（低）电位移动，将正负电荷分开，保持在电源的两端的极板上总有一定的电量积累，从而保持电源两极间一定的电位差 U_{ab}，这个电位差维持着电路中的电场，保证电路接通时的电流流动。这个非电场力常称为“电源力”。电源上正电荷积聚的一端称为电源的“正极”，负电荷积聚的一端称为电源的“负极”。这样，在电源外部的电路——外电路中，电流的方向从正极流向负极，而在电源的内部——内电路中，电流的方向从负极流向正极，整个电路构成电流的封闭通路。

在内电路中，电源力将单位正电荷从电源负极移到正极所做的功，称为电源的电动势 E。电动势 E 的方向由电源的负极指向电源的正极，即从电位低端指向电位高端。这样，根据能量转化与守恒定律，电源的电动势（在电源内电路上，电源力对单位正电荷所做的功）等于电源两端对外电路的电压 $U_{外}$（在外电路上，电场力对单位正电荷所做的功），加上内电路上的电压损耗 $U_{内}$（在电源内电路上，除了克服电场力之外，电源力搬运单位正电荷时克服原子晶格或其他原子的阻碍作用所多做的功）。

即

$$E=U_{外}+U_{内} \tag{1-4}$$

我们把不随时间变化的电压称为恒定电压 U，或直流电压 U，而把大小和极性（方向）都随时间变化的电压称为交变电压 $u(t)$。类似地，有直流电动势 E 和交变电动势 $e(t)$，在国际单位制中，电动势的单位也是伏特。

测量电压的方法和仪表众多，但最基本的方法是用电压表。测量直流电压的仪表，叫直流电压表，简称“电压表”，以—Ⓥ—，—ⓚⓥ— 和 —ⓜⓥ— 表示，分别叫做伏特表、（千伏）电压表、毫伏表。测量交流电压的仪表，叫做交流电压表，通常在仪表上加“～”符号表示，如—Ⓥ—，—ⓚⓥ— 和 —ⓜⓥ— 。电压表只能和被测电路并联。

4. 电路中的功率和能量

在电路中，电场力或非电场力驱动电荷做功，并完成电能和其他形式能量的相互转换。而电荷移动形成电流，故常说电流做功。电流做功的功率称做电流的功率。

由式（1-2）可知，在电路中，电流的功 $W=uq$，那么在时间 t 内电流流过一段电路或元件的平均功率 P 可以用平均电压 U 和平均电流 I 表示，即

$$P=\frac{W}{t}=\frac{W}{q}\cdot\frac{q}{t}=UI \tag{1-5}$$

如在直流电流做功的情况下，功率表示为直流电压和直流电流的乘积，即用式（1-5）表示。

当时间 t 趋于 0 时，平均功率 P 的极限称其为瞬时功率 $p(t)$：

$$p=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=u(t)\cdot i(t) \tag{1-6}$$

瞬时功率 $p(t)$等于瞬时电压 $u(t)$和瞬时电流 $i(t)$的乘积。式中，电压单位是伏特，电流单位是安培，功率单位是瓦特，能量单位是焦耳。

注意：式（1-5）和式（1-6）中已包含了电压和电流同方向的要求，这一点从式（1-2）的定义可以看出。

由图 1-4 可知，对于电源，若记其两端电压为 $U_s=U_{ab}$，其产生的功率为 $P=-U_sI$（负号表示电流 I 和电压 U_s 的方向相反）。但电动势 $E=+U_s$，所以有

$$-EI=-U_sI \tag{1-7}$$

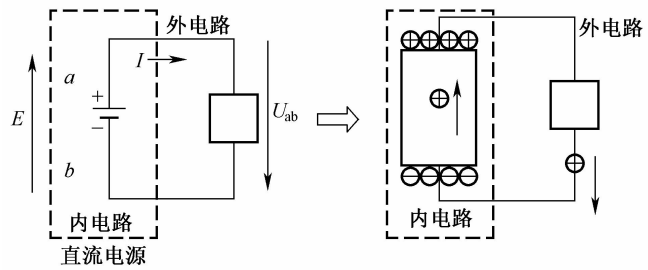


图 1-4　电源电动势的含义

对于外电路，电流 I 和电压 U_{ab} 的方向相同，电流 I 在外电路消耗的功率 $P=U_{ab}I$。

由式（1-5）或式（1-6）可知，在一段时间 t 内，电流通过一段电路或元件，所吸收（或产生）的电能为

$$W=P\cdot t=U\cdot I\cdot t \tag{1-8a}$$

或

$$W(t)=\int_0^t p\,\mathrm{d}\tau \tag{1-8b}$$

式（1-8b）也可写作：

$$W(t)=\int_0^t u\cdot i\,\mathrm{d}\tau \tag{1-9}$$

于是，在一段时间 t 内的平均功率 P，可按下式计算：

$$P=\frac{W}{t}=\frac{1}{t}\int_0^t p(\tau)\,\mathrm{d}\tau=\frac{1}{t}\int_0^t u(\tau)i(\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{1-10}$$

顺便指出，在电工学中，电能的单位也常用千瓦时（kW·h）表示，1kW·h 就是指 1kW 功率的设备使用 1h 所消耗的电能；同样，100W 的灯泡，工作 10h 所消耗的电能也就是 1kW·h。1kW·h 俗称 1 度电，即

$$1\text{kW}\cdot\text{h}=1000\text{W}\times3600\text{s}=3.6\times10^6\text{J}$$

5. 电流、电压和电动势的参考方向

在分析较复杂的电路时，很难事先判断其各处电流的真实方向，以及各段电路两端的电压的真实极性，有时电流的实际方向和电压的真实极性还在不断改变。因此，往往先假设一个电

流方向或电压极性，称为电流或电压的“参考方向”。当实际方向与参考方向一致时，相应的电流或电压为正值，反之为负值（参见图 1-5 和图 1-6）。

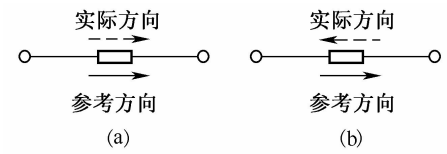


图 1-5　电流的参考方向与实际方向的关系
（a）$I>0$；（b）$I<0$

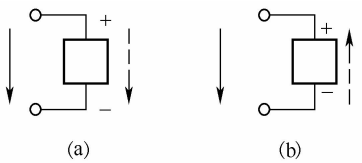


图 1-6　电压的参考方向（实线箭头表示）与实际方向（虚线箭头表示）的关系
（a）电压为正；（b）电压为负

对于电动势来讲，同样可以选定它的参考方向，以此来确定电源电动势的正负。

为了使电路的分析更为简便，常采用“关联参考方向”，即把电路元件上电压的参考方向和电流的参考方向取为一致，也就是说，使电流从元件上电压的参考极性为“+”的一端流入，从参考极性为“−”的一端流出。在采用关联参考方向时，电路图上可以只标出电压、电流中任一参考方向即可。

采用关联参考方向后，若算得的功率 $p=ui>0$，元件为吸收（即消耗）功率；若 $p<0$，则为产生功率。若电压电流采用非关联参考方向，仍规定吸收功率时 p 为正，元件产生功率时 p 为负，则计算功率的公式应改为：

$$p=-ui \tag{1-11}$$

或

$$P=-UI \tag{1-12}$$

可见，采用关联参考方向，计算公式的形式和使用要简便得多。

对于电路分析，参考方向是十分重要的，必须养成分析电路时先标参考方向的习惯。

例 1-2　计算图 1-7 中各元件的功率。

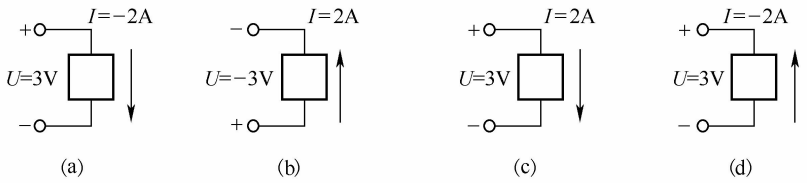


图 1-7　电压电流参考方向与功率的计算

解　图 1-7（a）中，电压电流采用关联参考方向，可以只标出一个。由 $p=UI$，得

$p=3\times(-2)=-6\text{W}$　p 为负，实际上该元件产生功率。

图 1-7（b）中，电压电流亦为关联参考方向，故

$p=(-3)\times2=-6\text{W}$　p 为负，实际上该元件产生功率。

图 1-7（c）中，电压电流亦为关联参考方向，故

$p=3\times2=6\text{W}$　p 为正，实际上该元件吸收功率。

图 1-7（d）中，电压电流为非关联参考方向，故

$p=-UI=-3\times(-2)=6\text{W}$　p 为正，实际上该元件吸收功率。

图 1-7（c）、图 1-7（d）中电压电流的实际情况是完全一样的，实际电位都是上高下低，实际电流方向都是从上到下，所以元件吸收功率，但图 1-7（c）采用的是关联参考方向，图 1-7（d）为非关联参考方向，因此二者计算公式不同，差一个负号。这样，最后算得的结果才

是相同的。

思考题

1-1　在图 1-8 所示的电压 u 和电流 i 的参考方向下，对元件 A、B 而言，哪一个元件的 u、i 参考方向是关联的？分别写出元件 A 和 B 吸收功率的表达式。

1-2　在图 1-9 所示电路中，U 和 U' 各等于什么？a、b 两点哪点电位高？c、d 两点呢？

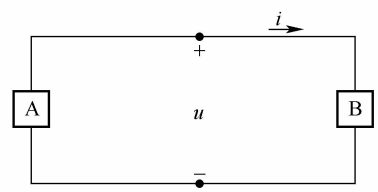


图 1-8　思考题 1-1 的图

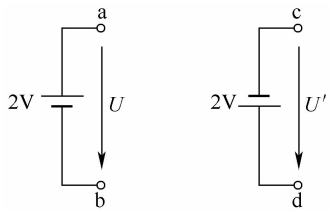


图 1-9　思考题 1-2 的图

1.1.3　负载

将电能转换为其他能量的电路元件叫做负载，也叫负荷。正如本书开头所讲的，负载是用电设备，电阻器、电灯和电动机等都是最常见的负载。电源被充电时，也成为负载。最常见的最基本的负载是无源元件，如电阻、电容和电感。

1. 负载的性质

负载的性质按流过的电流的形式而有区别：当负载上流过直流电时，主要呈现电阻的性质；当负载上流过交流电时，就会呈现复杂的性质，既有电阻的性质，还有电容和电感的性质，统称为阻抗的性质。

下面分别讨论电阻、电容和电感的性质。

（1）电阻元件。电阻元件是从物理现象中抽象出来的模型。物理学的研究发现，电流在物体中流动时，运动的电荷（自由电子或正负离子）与原子晶格或其他原子的相互作用阻碍了电荷的移动，外观表现为电能转化为热能而消耗，并产生了电压降落。物体对电流的阻碍作用，称为电阻。严格说来，任何导电的物体对电流均有一定的阻碍作用。通常把其主要特性呈现为电阻特性的元件称为电阻元件，简称为电阻。电阻元件是最重要的电路元件之一，它是实际的碳膜电阻器、金属膜电阻器、线绕电阻器甚至某些半导体器件的一种抽象。

电阻元件是一个二端元件。为了形象地描述二端元件上的电压 $u(t)$ 和流过该元件的电流 $i(t)$ 的关系，人们常采用 $u(t)$，$i(t)$ 平面坐标系上的函数曲线，称作伏安特性。

如果加在一个二端元件上的电压 $u(t)$ 和流过该元件的电流 $i(t)$ 成正比，比例系数设为 R，即伏安特性表现为 u，i 平面的一条直线，元件满足物理学上的部分电路欧姆定律，则此二端元件称为线性电阻元件，见图 1-10。当此元件上的电流电压取关联参考方向时，有关系式

$$u(t) = Ri(t) \tag{1-13}$$

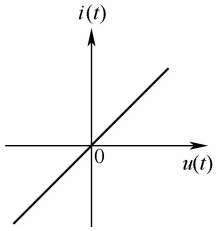


图 1-10　线性电阻的伏安关系曲线

若电流电压取非关联参考方向时，则关系式（1-13）变为

$$u(t) = -Ri(t) \tag{1-14}$$

上述两式中的比例系数 $R[R=\pm\frac{u(t)}{i(t)}]$是联系电阻中电流和其两端电压的一个电气参数。这个电气参数就是该电阻元件的电阻，参见图 1-11。

图 1-11　线性电阻的伏安关系

（a）关联参考方向下 $u=Ri$；（b）非关联参考方向下 $u=-Ri$

在上面的讨论中，如果 R 相对不同的 u，i 值有所变化，即 R 不是一个常数，则其伏安特性曲线不再是一条直线，则该电阻元件称为非线性电阻元件。不少半导体二极管都可看成非线性电阻元件。非线性电阻元件不满足欧姆定律。在本书中，除有特殊声明，说到电阻时均指线性电阻元件。

电阻的倒数称为电导，记作

$$G = 1/R \tag{1-15}$$

电阻的单位是欧姆（Ω），电导的单位是西门子（S）。1Ω=1V/1A，1S=1/Ω。

电阻功率的计算公式

$$p(t)=u(t)\cdot i(t)=Ri^2(t)=i^2(t)/G \tag{1-16}$$

由上述两式可见，p 总是正值，说明电阻总是消耗（即吸收）功率，将电能转换为热能或光能的电路元件。

电阻器的主要技术参数：电阻值和额定功率。

（2）电容元件。电容元件又称电容器，是储存电荷和电能（电势能）的容器，常简称为“电容”。电容元件是实际电容器的理想化模型，表征电容器的主要物理特征。

两个任意形状的靠得很近（使周围其他离得较远的导体的影响可以忽略不计）的导体，就组成了一个电容器。通常，电容器是由两片极为靠近的、相互平行的、大小形状相同的金属板构成，中间填充电介质（例如空气、蜡纸、云母片、涤纶薄膜、陶瓷等），两金属板作为电容器的极板，分别用金属导线引出。

电容器的基本功能是充电和放电，同时储存或释放电场能量。电容器的主要物理特性就是具有储存电荷和电场能量的能力。

电容器充电后，其两个极板总带有异号等量电荷 q，在两极板间建立起电压 u。

为了表征电容器储存电荷的能力，我们定义电容器的电容量 C，有

$$C=\frac{q}{u} \tag{1-17}$$

其物理意义是：电容器两极板间电压为 1 单位时，每一极板上所储存的电荷量。上式中 q 的单位为库仑（C），u 的单位为伏特（V），则 C 的单位为法拉（F），简称“法”。

应当说明，“电容”这个术语及其代表符号，一方面表示电容器元件，另一方面指电容元件的参数——电容量。

电容器的电容量是一个由电容器的结构（极板形状、面积、介质等）决定的常数。

电容器有两个主要参数：标定电容量和额定工作电压，超过额定工作电压使用时，电容器的介质可能损坏或击穿。

如图 1-12 所示，采用关联参考方向，根据电流的定义式（1-1b）

$$i(t)=\frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$$

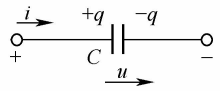


图 1-12　电容符号及其 u，i 关联参考方向

将上式中的 q 用式（1-17）代入，得到流过电容的电流为

$$i(t)=C\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-18}$$

上式表明，当电容电压升高时，$\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}>0$，电容充电，极板上电荷增多；当电容电压降低时，$\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}<0$，电容放电，极板上电荷减少。任一时刻通过电容的充放电电流 $i(t)$ 的大小取决于该时刻电容两端电压的变化率 $\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$，而与电容两端电压的大小和极性无关。换言之，只有在电容电压处于动态（变化）条件下，才有电容电流。所以，电容是动态元件。把未充电的电容迅速接到电源两端，会产生很大的充电电流；把已充电的电容迅速“短路”，会产生很大的放电电流；当电容电压不变时，不管其上电压多么大（不超过其击穿电压），通过电容器的电流为零。所以电容有隔直流通交流的作用。换句话说，若电容器不充放电，通过电容器的电流为零，则电容电压不变，$u(t)=u(t_0)$，其上储存的电荷量 $q(t_0)$也不变，$q(t)=q(t_0)$。故电容有记忆初始电荷量 $q(t_0)$和电容初始电压 $u(t_0)$的作用，又称为记忆元件。

由数学推导可知：电容器储存的总的电场能量为

$$W_{\mathrm{c}}(t)=\frac{1}{2}Cu^2(t) \tag{1-19}$$

这个能量是由外部供给的，并且在任意时刻，电容上只要有电压存在，它就储存电场能量，电容储能的多少，与电容电压的平方成正比。

（3）电感元件。电感元件是实际电感器的理想化模型。电流的周围有磁场，为了得到更强的磁场，人们用金属导线（如漆包线、纱包线或镀银导线等）绕成线圈，制成电感器。为了适应不同的使用需要，往往在线圈内部装上导磁材料（如铁氧体、硅钢片等），构成各种各样的电感器、电磁铁及电机绕组等。它们形态各异，作用不同，但只要通电，就会在其周围激发磁场。电感元件的基本特征就是储存和释放磁场能量。

图 1-13 显示了三种电流的磁场分布，磁场可以形象地用磁感应线来描绘。

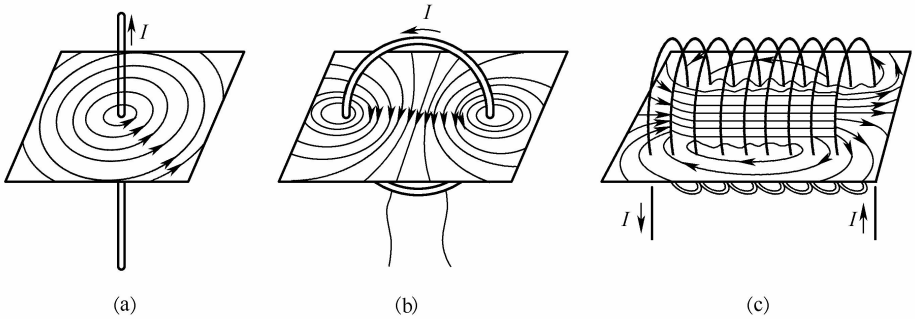


图 1-13　电流磁场中的磁感应线

（a）直电流；（b）圆电流；（c）螺线管电流

从图 1-13 可看出：电流方向决定电流磁场的方向，用磁感应线的方向表示，二者关系遵从右手螺旋法则。和电场线不同，磁感应线都是环绕电流的无头无尾的封闭曲线。并用磁感应

线的密度表示磁场的强弱，即让磁场较强的地方磁感应线的密度大。为了确定磁场空间中某点的磁场强弱，可以在该点处选择一个很小的曲面元 dS，使穿过此很小的曲面元 dS 的所有的磁感应线 dϕ 都和它垂直（这是容易办到的），那么该点的磁感应线的密度 B 就是：

$$B=\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}S} \tag{1-20}$$

式中，dϕ 就是垂直穿过 dS 的磁感应线的数目，通常称作磁通量，其单位为韦伯（Wb）。dS 的单位是平方米（m^2），则 B 的单位就是特斯拉（T）。

如前所述，实际的电感器多做成螺线管状，称为“线圈”，见图 1-14。其磁场主要集中在线圈内部，磁感应线是平行的均匀分布的直线，所以，线圈内部是匀强磁场，其磁感应强度（即磁通密度）为

$$B=\frac{\phi}{S} \tag{1-21}$$

式中，ϕ 为穿过线圈的全部磁感应线的数目，也就是通过线圈横截面 S 的磁通量。但在线圈外部，磁场都比内部弱，并且是非匀强磁场，一般线圈两端附近磁场强，其他地方弱。

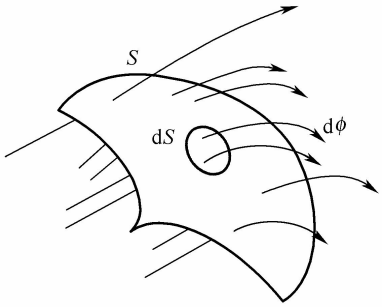


图 1-14　磁感应线和磁感应线密度

由式（1-21）可知

$$\phi=BS \tag{1-22}$$

设线圈有 N 匝，则此线圈的总磁通 ψ 是

$$\psi=N\cdot\phi \tag{1-23}$$

也称为磁链或全磁通。

由于这个磁通是由线圈本身的电流产生的，所以称为自感磁通或自感磁链。一般说来，ϕ 和 ψ 是电流 i 的函数。如果 ψ 与 i 成正比关系，则可用下式表示这种关系：

$$L=\frac{\psi}{i} \tag{1-24}$$

其中 L 是一个常量，称为线圈的自感系数，简称“自感”或“电感”。式中，电流的单位是安培（A），磁链的单位是韦伯（Wb），电感的单位是亨利，简称亨（H）。

在电路理论中，电感一方面表示通过电流 i 的线圈的 ψ 与 i 的关系，另一方面也表示线圈，称为电感器，简称为“电感”。

只要线圈附近不存在铁磁材料，电感就是与电流大小无关的常量。如果线圈绕在铁磁材料上，这时线圈磁链 ψ 和电流 i 之间就不存在正比关系了，ψ/i 不再是常数。

如果采用图 1-15 所示的电压 u 和电流 i 的参考方向，并且让 ψ 与 i 的关系符合右手螺旋法则，则对线性电感元件而言，磁链 ψ 和电流 i 之间的关系，在 ψ-i 直角坐标系中，是过原点且位于第一和第三象限的直线，直线的斜率就是线圈的电感。“电感”这个术语及其代表符号 L，一方面表示电感元件，另一方面表示其电感量（即自感系数的大小）。

大家自然会想到，一个实际的电感器，除了具有电感外，其导线还有电阻，线圈匝间还有电容，但在通常情况下，其导线的电阻和匝间电容很小，可以忽略不计。因此，常将实际电感器当作理想电感元件处理。

现在讨论通过电感的电流 i 的变化与其两端电压 u 的关系。在电感中通过随时间变化的电流 $i(t)$时，磁链 $\psi(t)$也随之变化。根据法拉第电磁感应定律和楞次定律，电感中就有感应电动

势 e 产生。如果在时间 d t 内磁链增加 dψ，那么感应电动势 e 为

$$e=-\frac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-25}$$

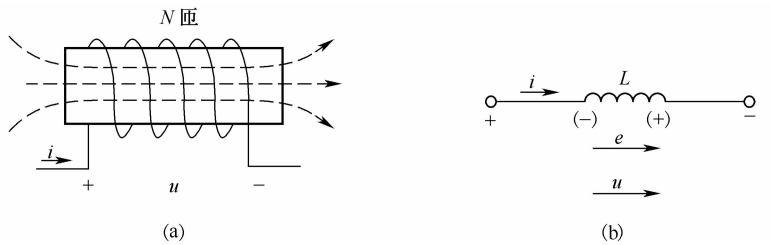


图 1-15　电感线圈和电感线圈的 u、i、e 参考方向

（a）电感线圈；（b）电感线圈的 u、i、e 参考方向

由式（1-24），得

$$e=-L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-26}$$

负号表示自感电动势的实际方向总是企图阻止电流的磁链（或电流）的变化。这是楞次定律告诉我们的。如图 1-15 所示，e 的方向是从“−”到“+”，而外加电压 u 的方向是从“+”到“−”，有

$$u=-e=L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-27}$$

在图 1-15 中，电流的方向用箭头表示，这样，u、i、e 三者取一致的参考方向。

式（1-26）和（1-27）告诉我们，电感元件是动态元件，任一时刻的电感的自感、电动势和电感电压仅正比于该时刻的电流变化率，而与电感电流本身的大小无关。所以电感有通直流隔交流的作用。稳恒的直流流入电感，其电流变化率为零，电流没有变化，不管电流大小如何，都不会在电感两端产生电压降落，$u=0$，电感相当于短路。当电感中电流剧变时，$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ 很大，则电感两端会感应出很高的电压，这个电压阻碍电流的变化，相当于对交流起隔绝作用。这一点和电阻是十分不同的。在图 1-16 中的开关断开瞬时，会在线圈两端间感应出很高的电压，甚至使得开关的空气隙击穿而产生火花或电弧。

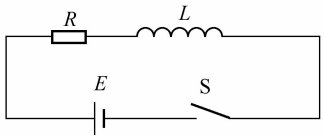


图 1-16　自感电路

从前面的讨论可知，自感电动势阻碍电感线圈上电流的变化，所以说，电感有记忆初始电流 $i(t_0)$的作用，故又称为记忆元件。

在 $u(t)$、$i(t)$为关联参考方向的条件下，输入电感的瞬时功率为

$$p(t)=u(t)i(t) \tag{1-28}$$

$p(t)$ 为正值时，表示电感从电路中吸收功率，储存于磁场中；$p(t)$ 为负值时，表示电感向电路释放功率，但电感本身不消耗功率。

由数学推导可知：电感储存的总的磁场能量公式为

$$W_{\mathrm{L}}(t)=\frac{1}{2}Li^2(t) \tag{1-29}$$

这个能量是由外部供给的。可见电感储能与电压 $u(t)$ 和它的“历史状况”无关，只决定于该时刻的电感电流值。

思考题

1-3　若一个电容器通过的电流为零，是否有储能？若一个电容器的电压为零，其储能为多少？电流是否也为零？

1-4　电感串联在直流电路中，电感所在支路的开关闭合瞬间，电感中的电流怎样变化？在该支路的开关断开瞬间，电感中的电流又怎样变化？

1-5　若电感上电压为零时，是否有储能？若电感上电流为零时，是否有储能？此时电感上电压也为零吗？为什么？

2. 负载的大小

负载的大小是以它所消耗的功率的大小来衡量的，决不能认为电流大就是负荷大。220V，40W 的电灯当然比 2.5V，0.75W 的小电珠负荷大，但电灯的灯丝电流只有 0.182A，而小电珠的电流却高达 0.3A。

但对同一电压下的几个用电器而言，哪个电流大哪个负荷就大，因此，在工厂中，人们常以电流大小衡量负荷的大小。但请记住，衡量负荷大小最终看用电设备消耗电功率的大小。

1.1.4　电源

前面已讨论过电源的电动势。电源是电路中提供电能的元件，是形成电路中电流的基本条件。干电池、蓄电池、光电池、发电机、电子稳压器、电子稳流器和各种信号发生器都属于电源之列。这些实际电源对外电路所呈现的特性，可以用电压源或电流源模型来表示。实际电源的特性多接近于电压源。

1. 电压源

一个实际的电源，无论是电池、发电机还是各种信号源，当它和外电路相连，就构成一个最简单的单回路（此时，把整个外电路看成一个负载，其上有电压降落 $U_{外}$，如图 1-17 所示）。

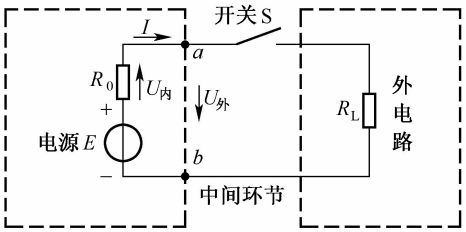


图 1-17　最简单的电路模型

单回路只有一个电流 I，它在通过电源内电路时，也会产生电能损耗，也会产生电压降落 $U_{内}$，根据能量转化与守恒定律，电源提供的电能消耗在内外电路上，转化为其他形式的能。于是由式（1-4），有

$$E\,I = U_{内}I + U_{外}I$$

即

$$E = U_{内} + U_{外}$$

而 $U_{外}$也就是电源的端电压。又依据部分电路欧姆定律，若记 R_0 为电源内电路的电阻，则 $U_{内} = IR_0$，设 R_L 为外电路上的电阻，电源端电压 $U_{外}$ 为

$$U_{外} = E - I\,R_0 = I\,R_L \tag{1-30}$$

由此式可看出，一个实际的电源可以等效为一个电动势 E 和内阻相串联而成的元件模型（见图 1-17 虚线框）。这样的电源模型（电路元件模型之一）称为电压源。

根据电源所带负载的不同，可以得出电路的三种基本工作状态：空载状态、短路状态和负载状态。

空载状态：空载状态又称断路或开路状态。当图 1-17 中电路开关断开或连接导线折断、松脱，就会发生这种状态。由式（1-30）可知，

$$U_{外} = E$$

表明，空载时电源的端电压 $U_{外}$等于电源的电动势 E，通常记作 U_S，以取代空载时的 $U_{外}$。稍后我们就会看到，U_S 代表理想电压源的端电压。

短路状态：当图 1-17 中电路的电源两输出端纽 a 和 b 由于某种原因（如电源线绝缘损坏，或操作不慎）相接触时，造成直接相连的情况。此时，外电路（负载）被短路线所取代，电阻 R_L 为零。短路时，电路具有如下特征：

外电路（负载）的端电压 $U_{外} = IR_L = 0$，即电源的端电压为零，并且电源中电流为短路电流 I_S：

$$I_S = E / R_0 \tag{1-31}$$

在一般的供电电路中，内阻 R_0 很小，故短路电流 I_S 很大，有可能烧毁电源及其他电器设备，甚至引起火灾等严重事故，或由于此时的短路电流产生强大的电磁力而造成机械上的损坏。

负载状态：当图 1-17 中的电路的开关 S 闭合时，电源就带上负载，处于负载状态。这时的电路叫闭路或通路。负载通过电流时，会发热，温升随电流的增大而增大。为防止用电设备过热而损坏，所以规定了用电设备的电流限额，即额定电流 I_N。额定电流就是电气设备在规定的运行条件下（如室温 40℃，室内清洁），能长期（在设计使用寿命范围内）安全运行时的最大电流。与之相应的，就有额定电压 U_N 和额定功率 P_N。

在负载状态下，电路具有下列特征：

首先，电路中的电流 I 由负载电阻 R_L 的大小而定。

$$I = E/(R_L + R_0) \tag{1-32}$$

式（1-32）称为全电路欧姆定律。

其次，电源的端电压总是小于电源的电动势 E，电源输出功率 P 为电源电动势发出的功率 P_E 减去内阻上的消耗 R_0I^2，再减去连接导线上的能量损耗 $R_{导线}I^2$，才是供给外电路的功率。

在内阻 R_0=0 的理想状况下，电压源的端电压不受输出电流波动（实际上是负载变化）的影响。$U_{外}=U_S=E$。具有这种特性的电压源称为理想电压源（也称恒压源）。其符号如图 1-18 所示。

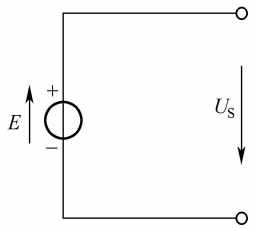


图 1-18　理想电压源模型

真正的理想电压源是不存在的，当 $R_0 \ll R_L$ 时，实际电压源接近于理想电压源。

2. 电流源

电源的电路模型也可以用电流源来表示。由式（1-30）$U_{外} = IR_L$，则式（1-32）可改写为

$$I = \frac{E}{R_0} - \frac{U_{外}}{R_0} = \frac{U_S}{R_0} - \frac{U_{外}}{R_0} = I_S - \frac{U_{外}}{R_0} \tag{1-33}$$

式中，$I_S = \dfrac{E}{R_0} = \dfrac{U_S}{R_0}$ 是电源的短路电流，I 是电源的输出电流，$U_{外}$是电源的端电压，R_0 为电源的内阻。

与式（1-33）对应的实际电流源模型如图 1-19 中虚线框所示，由一个电流为 I_S 和电阻为 R_0 并联的理想元件组成。这种电源的电路模型称为电流源。

由式（1-33）可知，当 $R_0 \to \infty$时，不管外电路（负载）如何变化，电流源的输出电流恒等于电源的短路电流，即 $I=I_S$，与电源端电压无关。这种电流源称作理想电流源（有时也称为恒流源），其符号如图 1-20 所示。

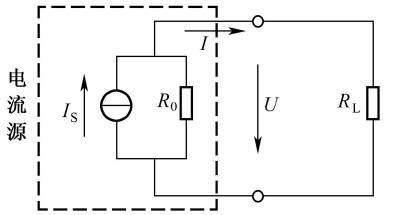


图 1-19　电流源与外电路的连接

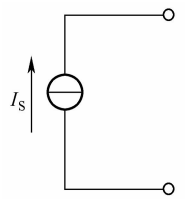


图 1-20　理想电流源模型

理想电流源的端电压 U_S 决定于外电路的 R_L 大小，有

$$U_S = R_L I_S \tag{1-34}$$

理想电流源也是不存在的，但在电源的内阻 R_0>>外电路负载电阻 R_L 时，由式（1-32），可知

$$I \approx I_S$$

输出电流基本恒定，近似于理想电流源。此时，电流源输出的电流几乎全部送到外电路。通常，恒流电源（或称为稳流器）、光电池和在一定条件工作的晶体三极管等都可近似看作理想电流源。

例 1-3　图 1-21 是一个可供测量电源电动势 E 和内阻 R_0 的电路，其中电压表的内阻 R_V>>R_0，可视为无限大。若开关 S 闭合时，电压表的读数为 5.8V，负载电阻 R=10Ω；开关 S 断开时，电压表的读数为 6V，试求电动势 E 和内阻 R_0。

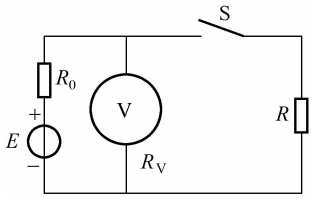


图 1-21　测量电源电动势 E 和内阻 R_0 的电路

解　当开关断开时，由式（1-32），知

$$I = \frac{E}{R_0 + R_V} \approx 0$$

再由式（1-30），有

$$U = E - R_0 I \approx E$$

此时电压表的读数 U，即电源的电动势 E = 6V。

当开关闭合时，电压表支路中 R_V 很大，可视为断路，电路等效为图 1-17 所示单回路，电路中电流

$$I = \frac{U}{R} = \frac{5.8}{10} = 0.58\text{A}$$

故内阻

$$R_0 = \frac{E-U}{I} = \frac{6-5.8}{0.58} = 0.345\Omega$$

例 1-4　在图 1-17 中，如果负载电阻 R_L 可以调节，其中直流电源的额定功率 P_N=200W，额定电压 U_N=50V，内阻 R_0=0.5Ω，试求

（1）额定状态下的电流及负载电阻；

（2）空载状态下的电压；

（3）短路状态下的电流。

解　（1）额定电流　$I_N = \dfrac{P_N}{U_N} = \dfrac{200}{50} = 4\text{A}$

负载电阻　$R_N = \dfrac{U_N}{I_N} = \dfrac{50}{4} = 12.5\Omega$

（2）空载电压　$U_0 = E = (R_0 + R_N)I_N = (0.5 + 12.5) \times 4 = 52\text{V}$

（3）短路电流　$I_S = \dfrac{E}{R_0} = \dfrac{52}{0.5} = 104\text{A}$

短路电流是额定电流的 26 倍。如果无短路保护装置，发生短路后，电源会被烧毁。

思考题

1-6　电路如图 1-22 所示，当 R 增加时，下列说法是否正确：（1）I_1 增加；（2）I_2 减少；（3）I_3 不变。

1-7　电路如图 1-23 所示，当 R 增加时，下列说法是否正确：（1）U_1 增加；（2）U_2 减少；（3）U_3 不变。

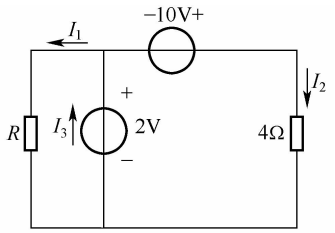


图 1-22　思考题 1-6 电路图

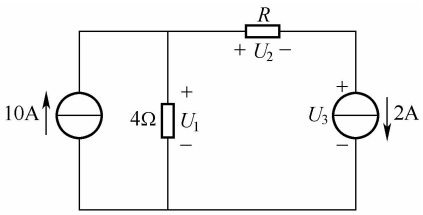


图 1-23　思考题 1-7 电路图

1-8　求图 1-24 所示电路的电流 I 和电压 U。

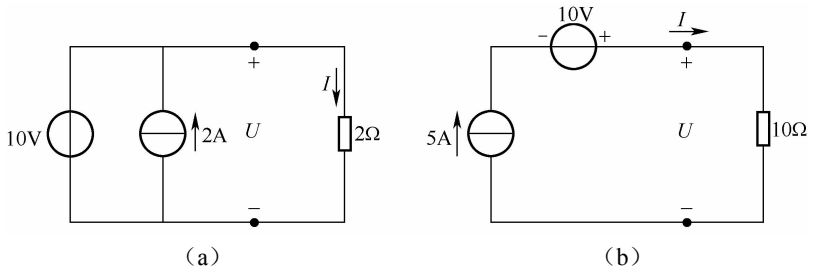


图 1-24　思考题 1-8 电路图

3．实际电压源和实际电流源的等效互换

比较式（1-31）和式（1-33）可得出实际电压源和实际电流源的等效互换的公式。再对比图 1-17 和图 1-19 中左边虚线框部分，可得出两种电源的互换电路。二者等效互换的条件是内阻 R_0 相等，并且

$$I_S = \frac{E}{R_0} = \frac{U_S}{R_0}$$

例 1-5　在图 1-17 中，设 E=10V，R_0=0.5Ω，R_L= 4.5Ω，分别用电压源和电流源的两种表示方法求负载的电流和电压。

解　（1）用电压源计算。

$$I=\frac{E}{R_0+R_L}=\frac{10}{0.5+4.5}=2\text{A}$$

$$U=IR_L=(2\times4.5)=9\text{V}$$

（2）用电流源计算。

根据式（1-34）作出图 1-19，其中

$$I_S=\frac{E}{R_0}=\frac{10}{0.5}\text{A}=20\text{A}$$

于是由式（1-33）

$$I=I_S-\frac{U}{R_0}=20-\frac{U}{0.5}$$

又

$$U=I\,R_L=4.5\,I$$

两式联立，得

$$I=2\text{A}，U=9\text{V}$$

从计算结果可知，两种方法等效。

必须注意以下几点：

第一，电压源和电流源是同一电源的两种不同的电路模型。变换时，两种电路模型的极性必须一致，即电流源流出电流的一端与电压源的正极端相对应。

第二，这种等效变换是对外电路而言，即端口上伏安关系等效。在电源内部是不等效的。

第三，理想电压源和理想电流源不能进行这种等效变换。

第四，等效变换的目的是便于分析和计算电源外部电路，并不意味着真正的电压源和真正的电流源都可以互换。真正的实际的电源多为电压源，内阻较小。因而短路电流 I_0 通常比额定电流大得多，所以电压源绝不允许短路，而真正的电流源则不然。电流源的内阻很大，而负载多为低阻，这样，电流源输出的电流才近似保持恒定。

1.2 电路的基本定律

电路分析方法的基本依据有两个：一个是各个电路元件端纽上的电压、电流关系应服从的规律，称为元件约束，这个规律只取决于元件本身的性质（我们已在介绍电路元件模型时讲过不同电路元件的性质）；另一个是由电路中各元件连接状况决定的规律，称为结构约束（也称拓扑约束）的规律——基尔霍夫定律。因此，基尔霍夫定律是电路的基本定律。

1.2.1 有源支路欧姆定律

图 1-25 所示的电路是一条具有两个端点并含有电源和电阻（用电器）的支路，图中四个量的关系由有源支路欧姆定律决定。在图 1-25 所示的正方向条件下，有

$$U_{ab}=-E+IR$$

即

$$I=\frac{U_{ab}+E}{R}\qquad(1\text{-}35)$$

上式为有源支路欧姆定律。注意：式中符号是根据图 1-25 中所示的正方向条件下决定的，沿电流方向的，电位降取正号，电位升取负号。

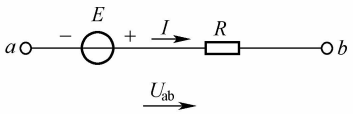


图 1-25 有源支路

1.2.2　基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是电路的基本定律之一，它包含有两条定律，分别称为基尔霍夫电流定律（KCL）和基尔霍夫电压定律（KVL）。

在讲述基尔霍夫定律之前，先介绍几个有关的名词，参见图 1-26。

（1）支路：每一个二端元件就是一条支路，但为了方便，常把流过同一电流的部分电路称为一条支路，如图 1-26 中，有四条支路：*a*1*b*，*a*23*b*，*a*4*b*，*a*567*b*。图 1-26（b）是图 1-26（a）的另一种画法。

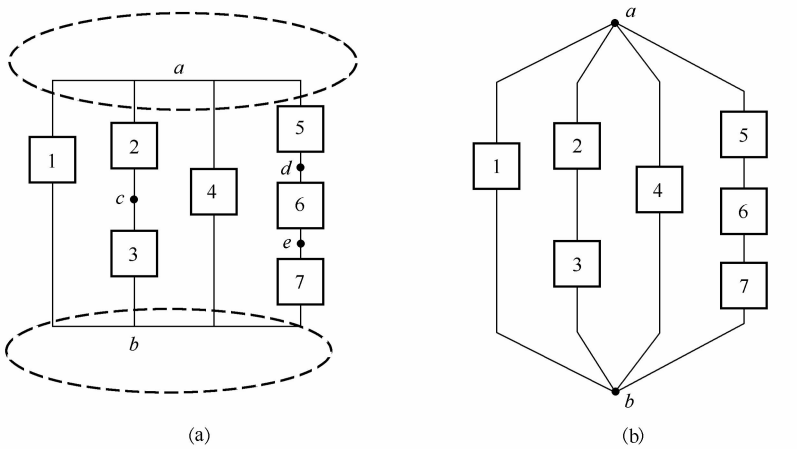


图 1-26　支路、节点、回路、网络的说明

（2）节点：一般而言，支路的连接点称为节点。但为了方便，通常把三个或三个以上的支路的连接点称为节点，这样，图 1-26（a）中的五个节点 *a*、*b*、*c*、*d*、*e* 简化为图 1-26（b）中的两个节点 *a*、*b*。

（3）回路：电路中由若干条支路组成的闭合路径称为回路，图 1-26 中有六条回路，即 123、234、4567、14、1567 和 23567。其中回路 123、234、4567 又可称为“网孔”。

1. 基尔霍夫电流定律（Kirchhoff’s Current Law，KCL）

基尔霍夫电流定律来源于电荷守恒定律，它的内容是：任一时刻，通过任一电路中任一节点，流入电流的总和等于流出电流的总和。

若事先规定电流的参考方向，比如假定流出节点的电流方向为正，则流入节点的电流就为负。则基尔霍夫电流定律又可叙述为：在任一时刻，对于任一电路的任一节点，所有支路的电流的代数和恒等于零。KCL 的数学表达式为

$$\Sigma i = 0 \tag{1-36}$$

以图 1-27 为例，对于节点 *A*，有 $i_1+i_3=i_2+i_4$ 或者 $i_1-i_2+i_3-i_4=0$，若已知 $i_1=5\text{A}$，$i_2=4\text{A}$，$i_3=-3\text{A}$，可求出 $i_4=-2\text{A}$，说明 i_4 的真实电流方向和图中所示的相反。

由此可看出，运用基尔霍夫电流定律要涉及到两套符号，一套是 KCL 方程中各项电流 *i* 的正负号，一套是各支路电流 *i* 本身的正负号，这一点请读者注意。

应该指出基尔霍夫电流定律可以扩展到任一假想闭合曲面 S，即对于任一电路中任一假想闭合面 S，在任一时刻，流出（或流入）该闭合面的电流之和恒等于零。例如对图 1-28 中所示闭合面 S（虚线所示）而言，有

$$-i_1+i_2+i_3-i_4=0$$

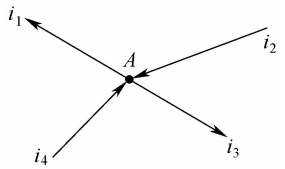


图 1-27　列写 KCL 方程说明图

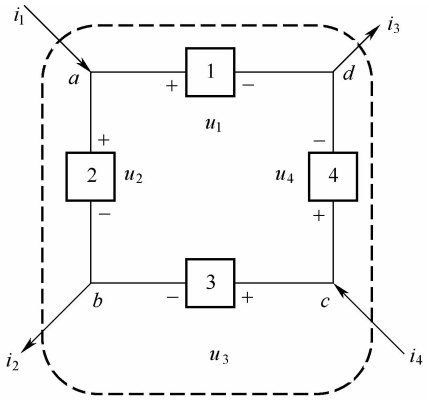


图 1-28　列写 KVL 方程说明图

2. 基尔霍夫电压定律（Kirchhoff's Voltage Law，KVL）

基尔霍夫电压定律来源于能量转化和守恒定律，它的内容是：任一时刻，对于任一电路中任一闭合回路，沿任意给定的绕行方向，其上所有电压的代数和等于零，或者说沿此回路所有电位降之和等于所有电位升之和。其数学表达式为

$$\Sigma u = 0 \tag{1-37}$$

式中各电压的正负决定于给定的绕行方向，当各电压的参考方向与绕行方向一致时，该电压取正号，反之，取负号。

例如对图 1-28 所示回路，选逆时针绕行方向，则按图中给定的各元件的参考方向，依 KVL 列出电压方程为

$$-u_1 + u_2 - u_3 + u_4 = 0$$

或

$$u_1 + u_3 = u_2 + u_4$$

上式也可写作

$$u_1 = u_2 - u_3 + u_4$$

此式左边表示沿 a 到 d 的路径上的电位降，右边表示沿 $abcd$ 路径上的电位降，二者相等。这表明：沿不同路径得到的两节点间的电压值相等。所以基尔霍夫电压定律实质上反映了电压的计算与路径无关这一性质。今后计算电路中两节点间的电压时，可以选择不同的路径，其结果应该是相等的。这也启发了我们，在列写电压方程时，可以选择最简便的路径。

在图 1-28 中，若 $u_1 = 5\text{V}$，$u_2 = 4\text{V}$，$u_3 = -3\text{V}$，则可求得 $u_4 = -2\text{V}$。负号说明元件 4 上的电压的真实极性与其参考极性相反。

运用基尔霍夫电压定律也会涉及到两套符号，一套是依据 KVL，各项电压 u 的正负号；一套是各电压 u 本身数值的正负号。前者要看各电压 u 的参考极性与绕行方向是否一致，后者取决于各电压的真实极性与其参考极性是否相同。这一点要十分注意。

基尔霍夫电压定律可以由真实回路扩展到任一虚拟回路，而不论虚拟回路实际的电路元件是否存在。

例 1-6　确定图 1-29 中的开口回路的端电压 u_{AB}。

解　补充电压 u_{AB} 构成图中虚线所示虚拟回路，应用 KVL，有

$$u_{AB} = u_1 - u_2$$

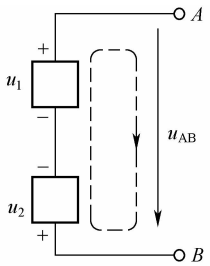


图 1-29　KVL 应用于虚拟回路

思考题

1-9　试分析并确定图 1-30 所示的晶体三极管的基极电流 I_b，发射极电流 I_e 和集电极电流 I_c 之间的关系，以及电压 U_{bc}、电压 U_{be} 和电压 U_{ce} 三者的关系。

1-10　用 KCL 和 KVL 求图 1-31 中的 I、U_{bc} 及 U_{cd}。

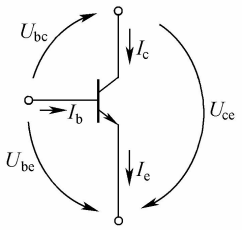


图 1-30　思考题 1-9 图

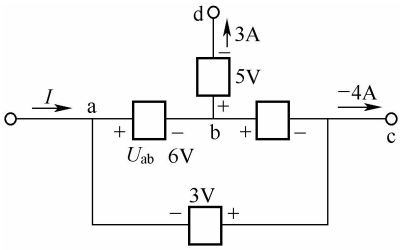


图 1-31　思考题 1-10 图

3. 电路中各点电位的计算

本章 1.1 节中讨论过电位的概念。在分析较复杂的电路，特别在电子电路中，会经常用到这个概念。因为这对简化电路画法和分析电路带来方便。在电子电路中，通常选一个公共“地”的点为电位参考点。这个“地”有时画出，有时不画出。电源的符号不再出现，而只标出电源的一个极的端钮及其数值，另一个极一定是接地的，但不画出。例如图 1-32 中的（a）、（c）电路可分别改画成（b）、（d）电路。

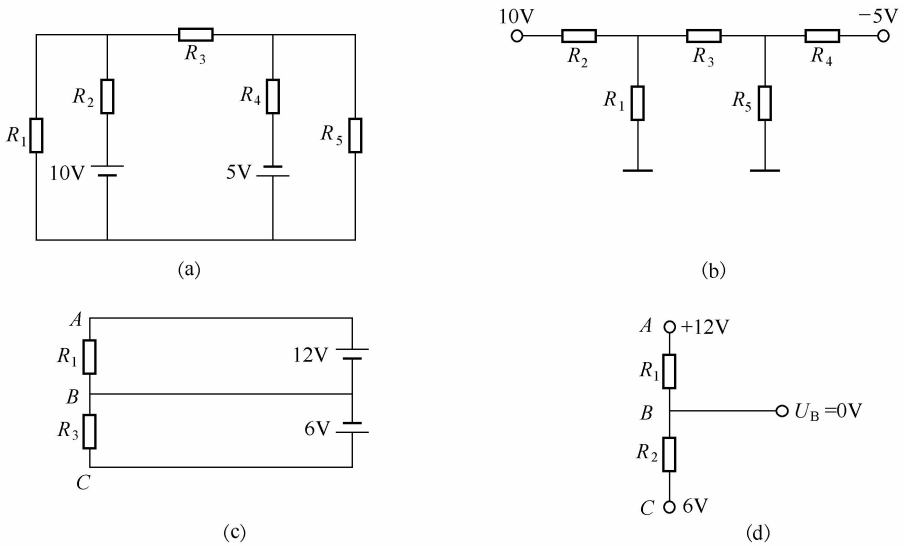


图 1-32　采用电位表示电路画法的转换

“电位”概念的引出，给电路分析带来方便。如某电路有 4 个节点，考虑到任两节点间都有电压，就会涉及到 6 个不同电压值。但改用电位讨论问题时，选取任一节点为参考点，则只需讨论其余 3 个节点的电压即可。

例 1-7　图 1-33 是某复杂电路中的一部分电路，其中 U_{S1}=10V，U_{S2}=5V，I_1=2A，I_2= 0.5A，I_3=1.5A，I_4= 0.5A，I_5= 1A，R_1=2Ω，R_2=2Ω，R_3= 12Ω，求图中各点电位。

解 设接地点 A 为参考点，即

$$U_A = 0\text{V}$$
$$U_B = U_A + U_{S1} = (0+10)\ \text{V} = 10\text{V}$$
$$U_C = U_B - I_1R_1 = (10-2\times2)\ \text{V} = 6\text{V}$$
$$U_D = -U_{S2} + U_C = -5+6 = 1\text{V}$$
$$U_E = U_H = U_C = 6\text{V}$$
$$U_F = U_D - I_2R_2 = (1-0.5\times2)\ \text{V} = 0\text{V}$$
$$U_G = U_F - U_{S3} = (0-2)\ \text{V} = -2\text{V}$$

例 1-8 电路如图 1-34 所示，求 U_B。

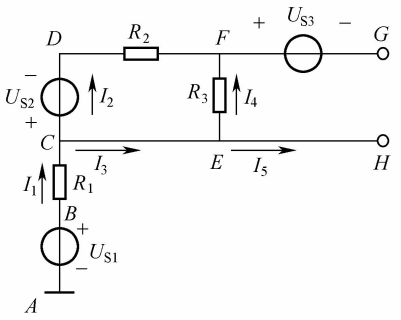


图 1-33 例 1-7 题图

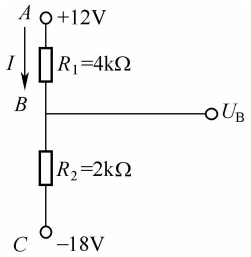


图 1-34 例 1-8 图

解 B 点开路，从 A 到 C 只有一条支路。

$$U_{AC} = U_A - U_C = 12-(-18) = 30\ \text{V}$$

设该支路电流为 I，依欧姆定律和电压定义，有

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = 4I + 2I$$
$$I = U_{AC}/(4+2) = 30\text{V}/6\text{k}\Omega = 5\ \text{mA}$$
$$U_B = U_C + 2I = (-18 + 2\times5)\ \text{V} = -8\ \text{V}$$

思考题

1-11 改变电位参考点，能否改变电路中两点间电压？

4. 基尔霍夫定律的重要应用举例

（1）支路电路法。我们讲过，电路分析的理论依据是两个方面的规律：一是元件的伏安关系，一是基尔霍夫定律。基尔霍夫定律反映在电路结构上对电路的电流和电压的约束关系。电路分析的目的，就是求解电路的每条支路的电流和电压，若一个电路有 b 条支路，就有 $2b$ 个未知电学量（电流和电压）需要求取。

由元件的伏安关系（元件约束），可使一次求解变量的数目从 $2b$ 个减少为 b 个（当然，待求解变量的总数目还是 $2b$ 个），这就需要 b 个独立方程。独立方程由基尔霍夫定律（KCL，KVL）提供。若已知电路的结构和参数，可以用支路电流法求解电路，这是最基本的方法。支路电流法是以 b 个支路电流为待求量，利用基尔霍夫两定律列出电路的方程式，从而解出支路电流的方法。

因为支路电流法以支路电流为未知量，故当电路有 b 条支路时，从而需要 b 个与未知电流有关的独立方程式联立求解。那么怎样列独立方程式呢？

对于 b 条支路、n 个节点的电路，应先列 $n-1$ 个节点的 KCL 方程外，再列独立的回路电

压方程，个数为 $b-(n-1)=b-n+1$。

下面举例 1-9 说明。

例 1-9　在图 1-35 中，$E_1=120\text{V}$，$R_1=2\Omega$，$E_2=100\text{V}$，$R_2=2\Omega$，$R_3=54\Omega$，用支路电流法求各支路电流 I_1、I_2 和 I_3 及 U 和两电压源的功率。

解　选 B 点为参考节点，列 KCL 方程，对节点 A：

$$I_1+I_2=I$$

对网孔Ⅰ和Ⅱ，列 KVL 方程，假定沿顺时针方向电压为正。

对网孔Ⅰ：　$2I_1-2I_2+100-120=0$

对网孔Ⅱ：　$2I_2+54I-100=0$

三式联立求解，得

$$I_1=6\text{A}，I_2=-4\text{A}，I=2\text{A}$$

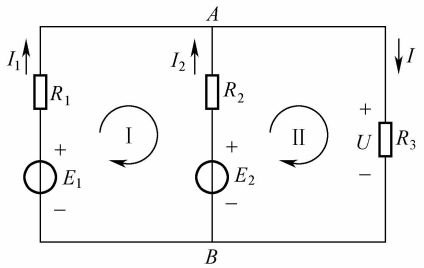


图 1-35　三支路电路

因此

$$U=54\times2=108\text{V}$$

120V 电压源的功率（注意电流和电压为非关联参考方向）

$$P_{100}=-120\times6=-720\text{W}（产生）$$

100V 电压源的功率（注意电流和电压为非关联参考方向）

$$P_{100}=-100\times(-4)=400\text{W}（消耗或吸收）$$

从此例可看出，用支路电流法的解题步骤如下：

1）任意设定 b 个支路电流的正方向。

2）用 KCL 列 $n-1$ 个节点电流方程式。

3）用 KVL 列 $b-(n-1)$ 个独立的（最好是网孔的）回路电压方程式。

4）将所得 b 个方程式联列求解，求出 b 个支路电流。若解出的电流为负值，说明该电流的实际方向与假定的正方向相反。

5）可再依据元件的伏安关系，求各支路的电压和功率。

另外，请注意以下事项：若某支路中含电流源，可分下列几种情况讨论：①若含电流源支路在电路边界上，则该支路电流是已知的，可少列一个回路方程。②若含电流源支路在两网孔公共边上，这时本可以少列一个方程（因少了一个未知量），但在列网孔方程时，对于含电流源支路的网孔会发生困难，因为含恒流源支路的电压 U 是一个新未知量。为了避开这个问题，可选这两网孔的公共回路列回路方程。

下面再举例 1-10 作进一步说明。

例 1-10　写出求解图 1-36（a）所示电路的各支路电流、电压的 $2b$ 个方程式，其中 R_1~R_5、U_{S1}、U_{S2} 和 U_{S4}、I_{S6} 均为已知量。

解　先标出各支路电流电压的方向，如图 1-36（b）所示。依 KCL，列两个节点方程（选 C 点为参考节点）。

对节点 A：$I_1-I_2+I_5+I_{S6}=0$

对节点 B：$I_3+I_4-I_5-I_{S6}=0$

再依 KVL，列回路方程。对 U_{S1}、R_1、R_2、U_{S2} 网孔，有

$$I_1R_1+I_2R_2=U_{S1}+U_{S2}$$

对 R_3、U_{S4}、R_4 网孔，有

$$I_3R_3+U_{S4}-I_4R_4=0$$

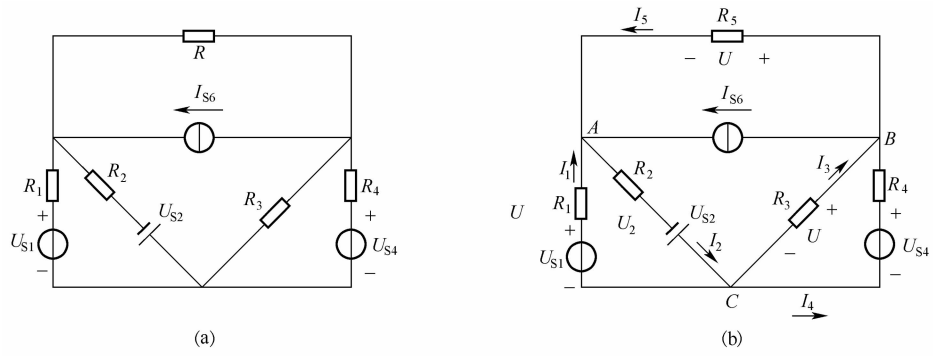


图 1-36　例 1-10 题图

对含电流源 I_{S6} 支路，不列网孔方程，而改对 U_{S2}、R_2、R_5、R_3 列回路方程

$$U_{S2}-I_2R_2-I_5R_5-I_3R_3=0$$

这样，五个未知量，五个方程，都已列出，联立可求五个支路电流（另一个是已知的 I_{S6}）。

下面再列出六个支路电压方程：

支路 1：$U_{AC}=U_{S1}-I_1R_1$　　由此可求 U_{R1}

支路 2：$U_{AC}=-U_{S2}+I_2R_2$　　由此可求 U_{R2}

支路 3：$U_{BC}=-I_3R_3$　　由此可求 U_{R3}

支路 4：$U_{BC}=U_{S4}-I_4R_4$　　由此可求 U_{R4}

支路 5：$U_{AB}=-I_5R_5$　　由此可求 U_{R5}

支路 6：$U_{AB}=U_{I_{S6}}$　　由此可求 $U_{I_{S6}}$（电流源 I_{S6} 端电压）

（2）网孔法（网孔电流法）。所谓“网孔法”就是用网孔电流代替支路电流作待求量，因为在任何情况下，电路网孔数

$$l=b-(n-1)<b \tag{1-38}$$

l 总小于支路数 b，这样，求解电路的网孔方程数总少于支路方程数，当然，欲求“支路电流” I 还要补充网孔电流与支路电流关系的方程，共 $l-1$ 个。因为支路电流要么等于网孔电流（此支路在电路边界），要么等于相邻网孔电流之差（此支路为两孔的公共支路）。这样，网孔法比支路法的方程数目不会少，并包含了支路电流的全部信息，但网孔法把支路法的第一步求解过程拆成了相对简单的两步求解过程：先求网孔电流，再求支路电流。

紧接着的问题就是：怎样列网孔方程？请先看一例。

例 1-11　用网孔法求图 1-37 中各支路电流。

解　在电路中，选好网孔，按顺时针方向标出网孔电流 I_1、I_2、I_3 以及各支路电流 I_a、I_b、I_c、I_d、I_e、I_f 的方向，再依 KVL 列网孔方程如下：

沿网孔 1：　$10I_1+20(I_1-I_2)+30(I_1-I_3)=0$

沿网孔 2：　$20I_2+20(I_2-I_1)+25(I_2-I_3)=0$

沿网孔 3：　$30(I_3-I_1)+25(I_3-I_2)+3I_3=11$

整理得

沿网孔 1：　$(10+20+30)I_1-20I_2-30I_3=0$

沿网孔 2：　$-20I_1+(20+20+30)I_2-25I_3=0$

沿网孔 3：　$-30I_1-25I_2+(30+25+3)I_3=11$

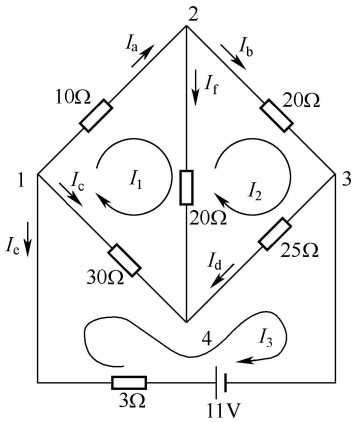


图 1-37　例 1-11 电路

化简得

$$60I_1 - 20I_2 - 30I_3 = 0$$
$$-20I_1 + 65I_2 - 25I_3 = 0$$
$$-30I_1 - 25I_2 + 58I_3 = 11$$

联立求解，最好用行列式法，得

$$I_1 = 0.35\text{A}，I_2 = 0.30\text{A}，I_3 = 0.50\text{A}$$

最后再补充网孔电流与支路电流的关系的方程，求出各支路电流：

$$I_a = I_1 = 0.35\text{A}，I_b = I_2 = 0.30\text{A}，I_c = -I_1 + I_3 = 0.15\text{A}，$$
$$I_d = I_2 - I_3 = -0.2\text{A}，I_e = -I_3 = -0.5\text{A}，I_f = I_1 - I_2 = 0.05\text{A}$$

从此例可归纳出网孔法的步骤和注意事项。

网孔法的步骤：

1）选定网孔，并沿顺时针方向设定网孔电流。

2）根据 KVL 列写网孔电压方程。

3）求解。

4）依据支路电流与网孔电流的关系列补充方程，求出各支路电流。

注意事项：对于含电流源支路的情况，可作如下处理：①如果该电流源并联有电阻，可先把电流源及其并联电阻用一个与之等效的电压源与电阻串联的支路来替换，变成只含电压源的电路，如图 1-38 所示。②如果电流源无直接与它并联的电阻，又在电路的边界上，那么这个电流源的电流就是它所在网孔的电流。也就是说，这个网孔的电流是已知的，这样可少列一个网孔方程。其实情况①也可以这样处理。③如果电流源无直接与它并联的电阻，并且含电流源的支路在两网孔的公共支路上，怎么办？办法是假定该电流源支路电压为新未知量U，作为网孔方程中的一项。这样，网孔方程中便多出一个未知量U，再补充一个与该电流源相连的两网孔电流关系方程。

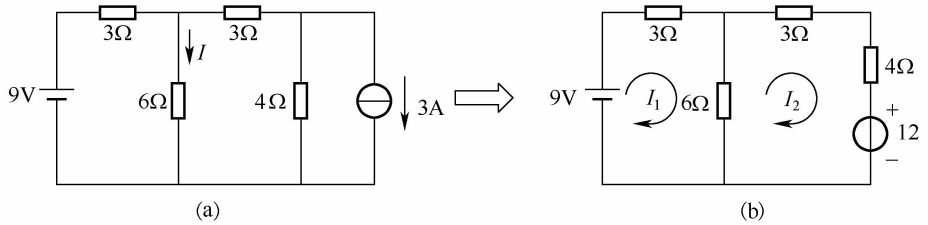


图 1-38　含电流源支路的电路求解的网孔法图示

（3）节点电位法。节点电位法（简称节点法）是求解电路的又一种简便实用的分析方法，它不像网孔法只能应用于平面网络，也可以应用于立体网络之中。节点法还被广泛地用于电路的计算机辅助分析（CAA）之中。

节点法采用“节点电位”为未知量，依据 KCL 列写$n-1$（n 为电路节点数）个节点电流方程，求出$n-1$个节点电位，然后再根据节点电位和元件的伏安关系，求出其他欲知的各个电学量。所谓“节点电位”，是电路中各个节点相对于已选为参考节点之间的电位差。在列写节点方程时必然涉及到各支路上的电流和各元件的伏安关系，也就包含了电路的全部信息，故节点方程组是完备的各个独立的方程。

例 1-12　在图 1-39 中，电路由 5 条支路，3 个节点组成。试依各节点的电位为未知量列写方程组，求电流I。

解 首先，选节点 0 为参考节点。并设节点 1 和 2 对参考点的电压为 U_1 和 U_2，各未知电流支路的电流分别为 I_1 、I_2 、I_3，如图 1-39 所示。

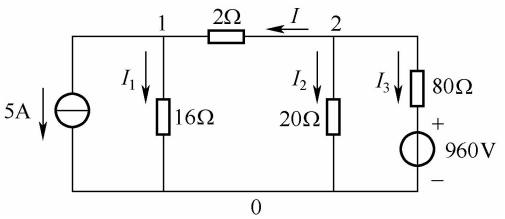


图 1-39 例 1-12 题图

再根据 KCL，对节点 1 和 2 列节点电流方程：

对节点 1： $I - I_1 = 5$

对节点 2： $I = -(I_2 + I_3)$

将以上二式转换为用节点电位表示的式子

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(U_2 - U_1) - \frac{1}{16}U_1 = 5 \\ \frac{1}{2}(U_2 - U_1) = -\frac{1}{80}(U_2 - 960) - \frac{1}{20}U_2 \end{cases}$$

即对节点 1： $$\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{2}\right)U_1 - \frac{1}{2}U_2 = -5$$

即对节点 2： $$-\frac{1}{2}U_1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{20} + \frac{1}{80}\right)U_2 = 12$$

分析上式，有如下特点：

1）等式左边的未知量，只有未知（两个）节点电压 U_1、U_2，对节点 1 列方程时，U_1 的系数是其所连支路的电导的代数和，称为自电导；U_2 的系数是节点 1 和 2 之间支路的电导，称为互电导，并取负号。对节点 2 列方程时，U_2 的系数是其所连支路的电导的代数和，称为自电导；U_1 的系数是节点 1 和 2 之间支路的电导，称为互电导，并取负号。显然，两节点的互电导是一个量。注意，不含电导的支路的节点电压不出现。

2）对哪个节点列方程，在等式右边就是所有流入该节点的电流的代数和（流入为正，流出为负），对节点 2 列方程时，在等式右边的 12A，是由最右边支路的 960V 电压源所等效的电流源的电流，即 $I_3 = -12$A。

现在，继续讨论该例题，化简上述方程组，并求解得到

$$U_1 = 48\text{V}，U_2 = 64\text{V}$$

最后依据元件的伏安关系，求出其他待求的电学量，例如

$$I = \frac{U_2 - U_1}{2} = \frac{16}{2} = 8\text{A}$$

至此，本例题解完。

从此例可归纳出运用节点法解题的一般步骤和注意事项如下。

解题的一般步骤：

1）选择参考节点，依据 KCL，分别以其他各节点电压为未知量，一一列写节点电流方程（要特别注意方程中各项的正负号，千万不要出错）。

2）求解，得到各节点电压。

3）对于每一支路，依据元件伏安关系，求出支路电流或其他电学量。

注意事项：

1）由于节点方程的右边是以电流源形式出现的电流，所以在碰到含电压源支路时，要根据电路的具体情况进行处理。

2）如果电压源支路上串有电阻，可将该支路转换成与此电阻并联的电流源，在列写方程时注意作电源的等效变换，见例 1-12。

3）对于理想电压源（不含电阻）支路的处理分两种情况：若此支路有一端是参考节点，另一节点的电位可知（就等于该理想电压源的端电压），则自动减少一个方程；若此支路任何一端都不是参考节点，则首先假设该电压源支路有一电流，作为新出现的未知量，放在节点方程右边，然后补充一个电压方程（说明该电压源电压等于其支路两端的节点电压之差），使方程式数和未知量数相等，方程组有唯一解。

4）凡是和电流源串联的电阻，均不计入自电导和互电导之列，不在节点方程中出现。因为无论此电阻多大，都不影响该电流源支路电流的大小。但此电阻占有该支路上一部分电压，即此支路上电流源两端电压等于此支路两端电压减去此电阻上的电压。

节点法也适用于交流电路，不过节点电压和电流改用相量表示。自电导改用自导纳，互电导改用互导纳表示。

节点方程的一般形式可概括为：

自导纳×本节点电压–互导纳×相邻节点电压=

与该节点相连接的所有电流源流入本节点的电流的代数和

1.2.3　叠加定理

叠加定理是分析复杂电路的很重要的定理，很多解题法（如 1.2.4 节要讲的戴维南定理）要用它来证明，周期非正弦交流电路要用它进行计算。但真正用来解题往往却嫌烦琐。因此，仅要求读者理解、记忆叠加定理，并会用（而不要求熟悉）来解复杂电路。

1. 叠加定理

在线性电路中，有多个激励（理想电压源或理想电流源）共同作用时，在任一支路所产生的响应（电压或电流），等于这些激励单独作用时在该支路所产生的响应的代数和。

叠加定理的证明比较复杂，这里只就特例给以验证，不予证明。现以例 1-13 来验证叠加定理。

例 1-13　电路如图 1-40（a）所示，求电流 I，并验证叠加定理的正确性。

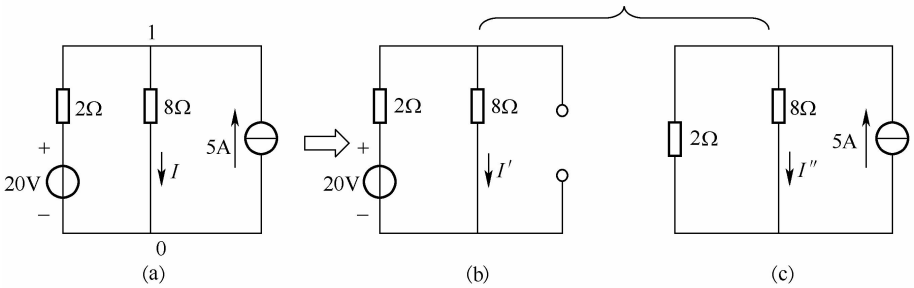


图 1-40　例 1-13 图

解　先用节点电位法，求解此电路中的 I，对节点 1，有

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right)U=5+\frac{20}{2}=15$$

所以

$$U=15\times\frac{8}{5}=24\text{V}$$

由欧姆定律 $$I=\frac{U}{8}=3\text{A}$$

再来验证叠加定理，看用叠加定理求解的结果是否和用其他方法（如节点电位法）求解的结果相同。

先将图 1-40 中的电路（a）等效于电路（b）和电路（c）。图 1-40（b）是电压源单独作用时的电路，此时，电流源不起作用，即不提供电流，视为开路；图 1-40（c）是电压源不起作用，即不提供电压，则电位差为零，即电压源视为短路。

由图 1-40（b），$I'=\frac{20}{2+8}=2\text{A}$；由图 1-40（c），$I''=\frac{2}{2+8}\times 5\text{A}=1\text{A}$，两者叠加结果，有

$$I=I'+I''=3\text{A}$$

这和用节点法所求结果一致。于是验证了叠加定理对图 1-40（a）电路是正确的。

2. 运用叠加原理的步骤和注意事项

（1）运用叠加原理的步骤。

1）设定各支路电流、电压的参考方向，标示于电路图中。

2）分别作出每一独立源单独作用时的电路，这时其余所有独立源置零，即电压源短路，电流源开路。

3）分别求解每一独立源单独作用时待求支路的电流与电压，这时，它们的参考方向均应不变。

4）进行叠加：将步骤 3）所求结果叠加（求代数和），即得待求的各支路电流和电压。

（2）注意事项。

1）叠加原理仅适用于线性电路，并且只限于求解电流和电压，不适用于求解功率和能量，因线性电路中的功率和能量是与电流、电压成平方关系，是非线性关系。

2）叠加定理是反映电路中理想电源所产生的响应，当实际电源转化成“内阻和理想电压源串联”或“内阻与理想电流源并联”的形式后，运用叠加定理将独立源置零时，须保留内阻。

例 1-14 在图 1-41 电路中，调节电压源的电压 E_1 为多少时，能使流过 2Ω 电阻的电流 I_R=0。

解 由叠加原理，分别画出 E_1 和 3 A 电流源单独作用时的电路如图 1-41（b）和图 1-41（c）所示。当 E_1=12V 单独作用时，流过 2Ω 的电流为 I'_R，其数值可由混联电路运算公式和分流公式得到：

$$I'=\frac{12}{4+6//(2+3)}=\frac{12}{4+2.73}=1.78\text{A}$$

$$I'_R=\frac{6}{6+(2+3)}I'=\frac{6}{11}\times 1.78=0.973\text{A}$$

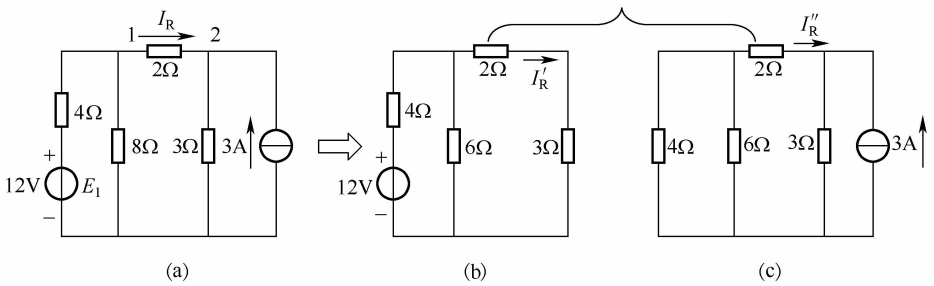


图 1-41 例 1-14 图

当 3A 电流源单独作用时，12V 电压源不作用（短路）。由分流公式求出流过 2Ω 电阻上的电流 I''_R（注意 I''_R 与 3A 电流源反向）为：

$$I''_R = -\frac{3}{(4//6+2)+3}\times 3 = -1.22\text{A}$$

由叠加定理得到

$$I_R = I'_R + I''_R = 0.973 - 1.22 = -0.247\text{A}$$

现在，我们讨论调节电压源的电压 E_1 为多少时，能使流过 2Ω 电阻上的电流 I_R= 0。若调整电压源 E_1，使其单独作用时产生的电流 I'_R 刚好和 I''_R 等值反号，则可使 $I_R = 0$，又对于线性电路，当 E_1 单独作用时，I'_R 和 E_1 成正比，由于 1.22/0.973 = 1.25 倍，所以当 E_1= 12×1.25 = 15V 时，可使 $I'_R = 1.22$A，从而得到 $I_R = 0$。

例 1-15　若在例 1-14 中，E_1=12 V，验证功率不满足叠加定理的结论。

解　根据上面运算结果，我们选 2Ω 电阻来验证：

$$P' = (I'_R)^2\times 2 = (0.973)^2\times 2 = 1.89\text{W}$$

$$P'' = (I''_R)^2\times 2 = (-1.22)^2\times 2 = 2.98\text{W}$$

$$P = I_R^2\times 2 = (-0.247)^2\times 2 = 0.122\text{W}$$

可见 $P\neq P'+P''$，验证了功率不满足叠加定理的结论。

1.2.4　戴维南定理

当需要计算较复杂的线性电路中的某一条支路的电压或电流就没有必要对所有支路进行分析，这就需要运用戴维南定理将要求解的支路当作外电路，而把其余部分简化为等效电源，最后利用结构简单的等效电路解决问题，所以戴维南定理又称为等效电源定理。戴维南（M.L.Theaviness）是法国的一位电报工程师，戴维南定理是他在 1883 年发表的。

1. 戴维南定理

戴维南定理又称“等效发电机原理”，其内容如下：任一线性有源二端网络，对其外电路而言，均可等效为理想电压源 U_0 和内阻 R_0 相串联的支路，如图 1-42（a）所示。这条有源支路的电压源的电压 U_0 是该网路的开路电压，所串电阻 R_0 是该网络所有独立源置零（电压源短路，电流源开路）后的等效电阻，如图 1-42（b）所示。

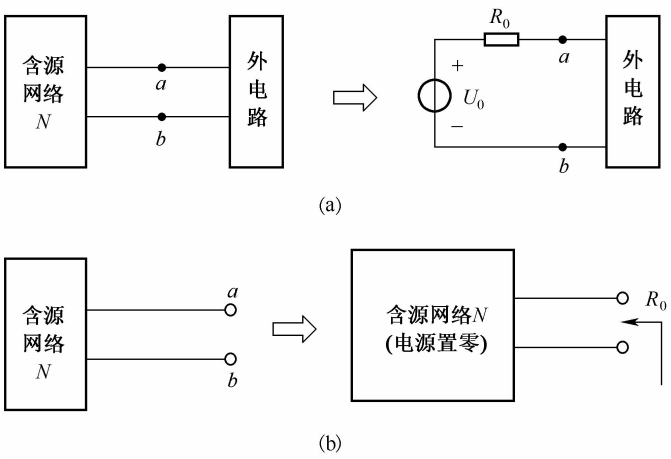


图 1-42　戴维南定理图

戴维南定理也适用于交流正弦稳态电路，定理中的 U_0 和 R_0 应选用相应的相量 $\dot{U}_0$ 和 Z_0

代替。戴维南定理的证明从略。

例 1-16 如图 1-43（a）所示的有源二端网络 N，用内阻为 1MΩ 的电压表去测量网络的开路电压时，为 30V；用 500kΩ 的电压表去测量时为 20V，试将该网络用有源支路来代替。

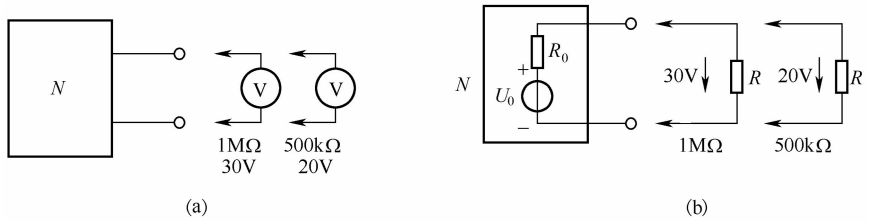


图 1-43 例 1-16 电路

解 用电压表测量某电网络的开路电压的等效电路如图 1-43（b）所示。由图可知

$$\frac{U_0}{R_0+1000}\times 1000=30$$

$$\frac{U_0}{R_0+500}\times 500=20$$

联立解之得

$$U_0=60\text{V}$$

$$R_0=1\text{M}\Omega$$

例 1-17 试用戴维南定理求图 1-44 所示电路中的电阻 R 支路上的电流。R 的数值依次取 2Ω、6Ω 和 14Ω。

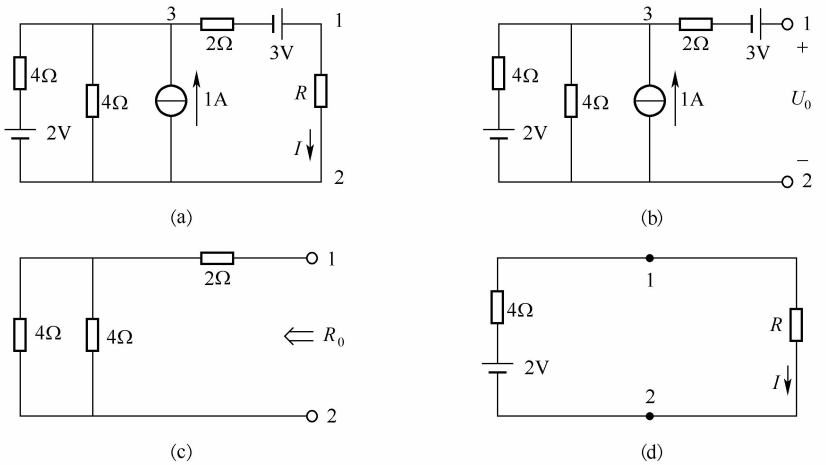


图 1-44 例 1-17 图

解 选 R 为待求的外电路支路，其余部分为图 1-44（b）。根据戴维南定理，先求开路电路 U_0，以节点 2 为参考节点，对节点 3 列节点方程（注意到此时 1、2 端开路，2Ω 和 3V 电源对 U_3 不起作用），有

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)U_3=\frac{2}{4}+1$$

解出

$$U_3=3\text{V}$$

由于 1、2 端开路，所以有

$$U_0=3+U_3=6\text{V}$$

再求内阻 R_0，将图 1-44（b）中各独立源置零，有图 1-44（c）。易得

$$R_0=4//4+2=4\Omega$$

由此得到简化的图 1-44（d）所示的戴维南等效电路。这样，可方便求得

$$I=\frac{U_0}{R+R_0}=\frac{6}{4+R}$$

当 R=2Ω 时，I=1A；当 R=6Ω 时，I=0.6A；当 R=14Ω 时，I=0.33A。

2. 用戴维南定理注意事项

（1）应用等效电源（戴维南定理）的首要步骤，就是把原电路分成两部分：一部分是待求量所在部分，即所谓“外电路”，另一部分是可化为等效电源的电路。这一部分是线性网络，可以是定常的，也可以是时变的。至于当作“外电路”的部分，可以是线性的，也可以是非线性的。然而这两部分之间不允许存在耦合（如控制与被控制）关系，若存在耦合关系，则要设法将控制量转移成等效电源部分的端口电压或端口电流。

（2）等效电压源的电压极性要和其原电路的开路电压极性一致。

1.2.5　最大功率传输条件

在电子电路中，接在一个含源的二端网络两端的负载，常常要求能够从含源二端网络中获得最大的功率。这个含源的二端网络可以用它的戴维南等效电路来表示，称为等效电源电路，其开路电压为 U_0，即等效电源的电压；所串联的阻抗 R_0 称为等效电源电路的内阻。将此等效电源电路和负载 R_L 联结起来，得到如图 1-45 所示的功率传输电路。

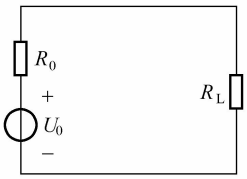


图 1-45　功率传输电路

下面讨论负载 R_L 获得最大功率的传输条件。

由图 1-45 可知

$$I=\frac{U_0}{R_0+R_L}$$

负载获得的功率为

$$P=I^2R_L=(\frac{U_0}{R_0+R_L})^2R_L=\frac{U_0^2}{(R_0-R_L)^2+4R_0R_L}R_L$$

当 R_L 变化时，如果 $R_L=R_0$ 时，负载可以获得最大功率值 P_{Lmax}，有

$$P_{L\max}=\frac{U_0^2}{4R_0} \tag{1-39}$$

可见，在负载固定的条件下，可以通过调整电源的内阻抗 R_0 使负载获得最大的功率。

当电源的内阻抗 R_0 以及负载阻抗 R_L 都不能调整时，电源输出功率会有较大损失。为了尽量满足匹配条件，在电源与负载之间常加入一个阻抗匹配的装置。例如在正弦稳态电路中，常使用变压器或互感器来实现匹配条件，使电源的输出功率被更有效地传递。

※1.3　Y−Δ 变换

对于利用串并联方法不能简化的复杂电路，本节将要讲授的 Y−Δ 变换具有重要意义，特别对于三相电路的分析更为有用。

根据等效变换概念，对于图 1-46（a）和图 1-46（b）所示的电路，对应的从电路其他部

分流入三个节点 1、2、3 的电流和节点间的电压应该分别相等。由此可得出 Y–Δ 变换的计算公式（推导过程从略）。

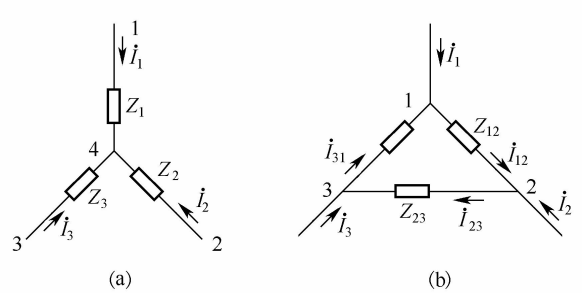


图 1-46　Y–Δ 电路及相互变换

Δ 形电路中 Z_{12}、Z_{23}、Z_{31} 与 Y 形电路中 Z_1、Z_2、Z_3 之间的关系（Y⇒Δ）：

设 $Z = Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1$，则

$$Z_{12} = \frac{Z}{Z_3} \qquad Z_{23} = \frac{Z}{Z_1} \qquad Z_{31} = \frac{Z}{Z_2} \tag{1-40}$$

依此式，可把 Y 形电路的 Z_1、Z_2、Z_3 转换成 Δ 形电路中的 Z_{12}、Z_{23}、Z_{31}。

记忆方法：公式左端 Δ 形阻抗的双下标中缺少 1、2、3 中的那个数字，恰好就是公式右端分母中 Y 形阻抗的下标。例如 $Z_{23}=Z/Z_1$ 中 Z_{23} 下标中缺少的 1，恰好是公式右端分母中阻抗 Z_1 的下标。

反过来，把 Δ 形电路变为 Y 形电路（Δ⇒Y），设 $Z' = Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}$，那么

$$Z_1 = \frac{Z_{12}Z_{31}}{Z'} \qquad Z_2 = \frac{Z_{23}Z_{12}}{Z'} \qquad Z_3 = \frac{Z_{31}Z_{23}}{Z'} \tag{1-41}$$

记忆方法：公式右端分子中为 Δ 形相邻两阻抗之积，其下标为双下标，除去公式左端 Y 形电路阻抗的下标外，再把该下标在 1、2、3 中所缺的数字各补一个。例如公式左端为 Z_1，则公式右端分子上的阻抗的下标为双下标。除去 1 外，再各补上 2 和 3，于是有 $Z_1=Z_{12}Z_{31}/Z'$。

注意：Y 形电路变为 Δ 形电路，消失公共节点；反之，Δ 形电路变为 Y 形电路时，要增加一个中心节点。经过 Y–Δ 变换后，可将复杂电路化成串并联的简单电路。

为了方便记忆，有口诀如下（括号中不念）：

星换角，端相连，两两积之和，去除缺（少的那个）点；

角换星，顶连心，周长作分母，分子夹边（阻抗相）乘。

例 1-18　求图 1-47 电路中的电流 I。

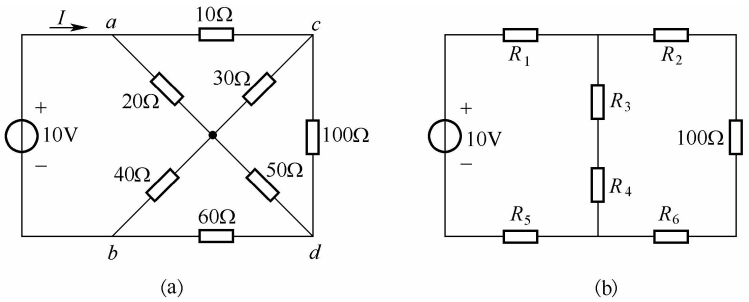


图 1-47　例 1-18

解　图 1-47（a）不是一个简单的串并联电路，由于 10Ω、20Ω、30Ω 电阻以及 40Ω、50Ω、

60Ω 电阻分别形成两个 Δ 形电路，若将它们变换成 Y 形电路，见图 1-47（b），则已化成可由串并联方法计算的简单电路。

应用 Δ⇒Y 公式，有

$$R_1=\frac{10\times 20}{60}=\frac{10}{3}\Omega$$

$$R_2=\frac{10\times 30}{60}=5\Omega$$

$$R_3=\frac{20\times 30}{60}=10\Omega$$

$$R_4=\frac{40\times 50}{150}=\frac{40}{3}\Omega$$

$$R_5=\frac{60\times 40}{150}=16\Omega$$

$$R=\frac{60\times 50}{150}=20\Omega$$

根据图 1-47（b），利用串并联关系，得

$$R_{\mathrm{ab}}=(100+R_2+R_6)//(R_3+R_4)+R_1+R_5=(100+5+20)//\left(10+\frac{40}{3}\right)+\frac{10}{3}+16=38.97\Omega$$

所以

$$I=\frac{U}{R_{\mathrm{ab}}}=\frac{10}{38.97}=0.26\mathrm{A}$$

本章小结

本章讲述电路的基础知识，包括电路的基本概念和基本物理量，以及线性电路的几个基本定律和重要定理。主要内容如下：

1．电路和电路的三种基本状态。

2．理想电路元件模型。主要讲了电阻、电容、电感、电压源、电流源等模型。

3．电路的四个基本物理量：电压、电流、功率和能量。它们的定义式分别是

$$i=\mathrm{d}q/\mathrm{d}t,\quad u=\mathrm{d}w/\mathrm{d}q,\quad p=ui,\quad w=\int_{t_0}^{t}p\mathrm{d}\tau$$

当电压、电流取关联参考方向时，才有 $p=ui$，并且 $p>0$，吸收功率；$p<0$，产生功率。

在分析电路时，必须首先标出电流、电压、电动势的参考方向。为了方便，通常取关联参考方向。此时，谈论电学量的正负才是有意义的。

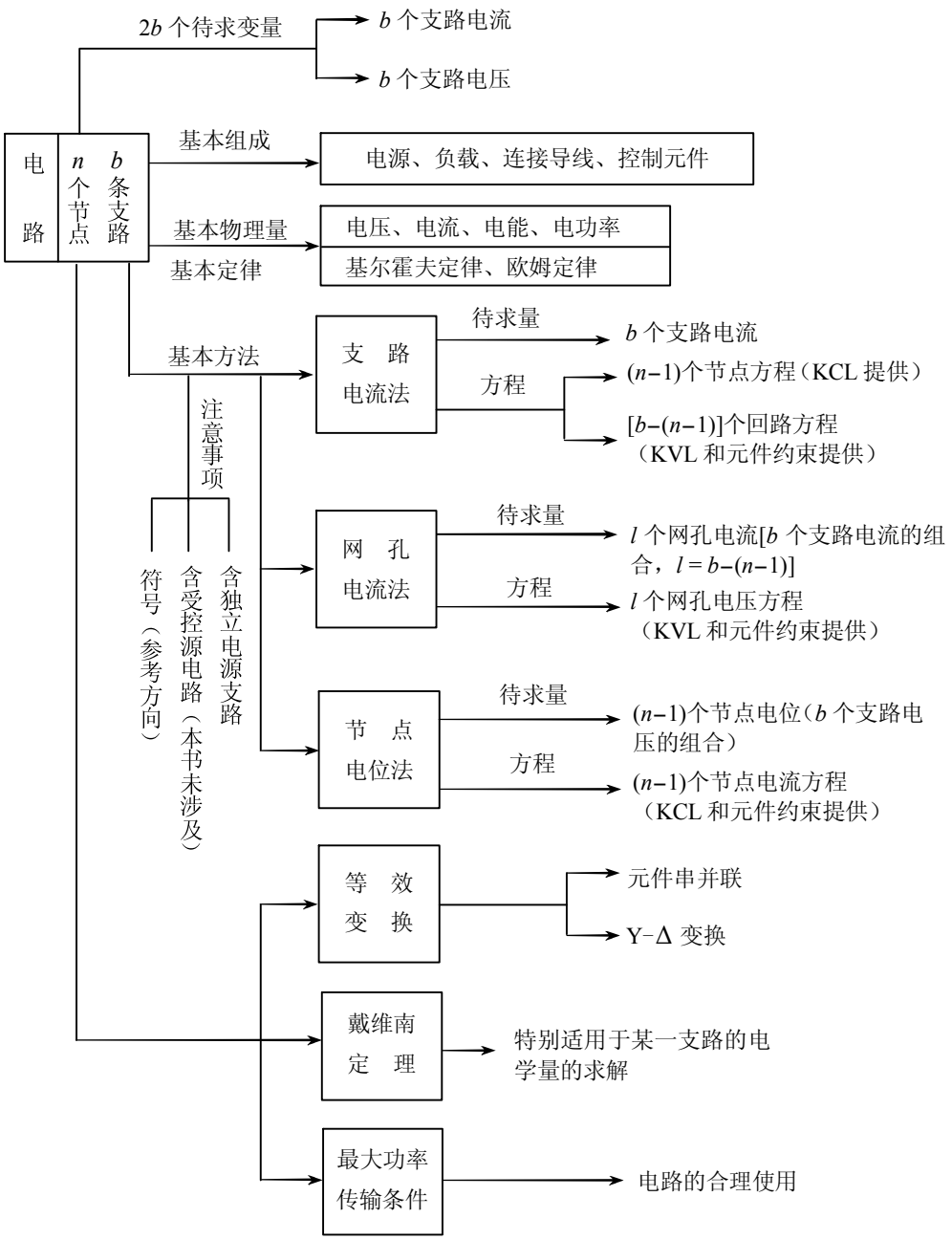
在选择求解方法上，可以先分析一下各种方法所需求解的步骤，每一步求解未知量的数目以及适用条件，大约估计一下求解的繁难程度，然后确定。不可盲目从事，乱闯瞎碰，即使碰巧解决了，也难以有真正的提高。在列写方程并求解时，特别要注意正负号的使用，别以为是小问题，往往一个符号之差，答案相去甚远。

4．元件约束和结构约束是电路分析的基本依据。元件约束是约束元件的两端电压和通过它的电流关系；结构约束是电路结构对各支路电流、电压的约束条件，即基尔霍夫第一、第二定律（KVL、KCL）。可推广应用于任一广义节点（封闭曲面）和任一虚拟回路。

5．在任一电路中，只能选一个电位参考点，通常是公共电源的负极。这样做往往可以简化电路的分析。

6．线性电路的几个基本定律和重要定理表述了线性网络的性质。这些定律和定理是：有源支路欧姆定律、基尔霍夫电压定律、基尔霍夫电流定律以及叠加原理、戴维南定理和最大功率传输定理。掌握这些定律和定理，不仅可以加深对电路的认识，还提供了电路分析的基本方法。如根据有源支路欧姆定律、基尔霍夫电压定律、基尔霍夫电流定律，给出了支路电流法、网孔电流法和节点电流法等电路分析的基本方法。又如在许多特殊的场合（如只求某一条支路的电流或电压时），利用戴维南定理往往可以大大减少电路分析的工作量。本章是学习的重点，除了理解理论知识之外，多做些练习，是真正掌握知识的关键。

本章知识逻辑线索图



习题 1

1-1　指出图 1-48 中电流测量的几点错误。

1-2　流入某元件的电流 $i(t)$随时间变化曲线如图 1-49 所示。求 0～4s 内进入元件总电荷。仅从这一时段来看，该电流是不是直流电？

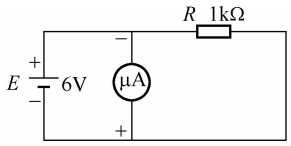


图 1-48　题 1-1 图

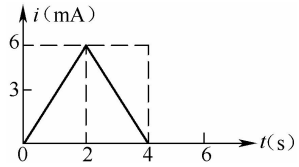


图 1-49　题 1-2 图

1-3　空间有 a、b、c 三点，已知电压 U_{ab}= 4V，U_{ac}=2V，若选 b 点为参考点，求 a、b、c 点的电位及 U_{cb}、U_{ba}、U_{ab}。

1-4　2C 电荷由 a 到 b 通过元件时，能量变化为 6J。若①电荷为正，且能量减少；②电荷为正，且能量增加；③电荷为负，且能量减少；④电荷为负，且能量增加，求 U_{ab}。

1-5　图 1-50 中标出了电压的参考极性和电流的参考方向，试确定图中元件哪些是电源，哪些是负载。对应的电压、电流数据为：

（a）$U = 2$V，$I = 2$A；　　（b）$U = -2$V，$I = 2$A；

（c）$U = 3$V，$I = -3$A；　　（d）$U = -5$V，$I = -5$A。

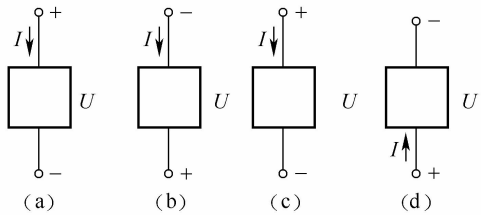


图 1-50　题 1-5 图

1-6　图 1-51 所示电路是计算装置中用来作加法求和的最简单电路，图中三个电源 E 是一样的，三个电阻 R 也是一样的，试证明开路电压 U 与可变电阻 R_1、R_2、R_3 三者之和成正比。

1-7　求图 1-52 电路中的电流 I_{AB} 和电压 U_{CD}。

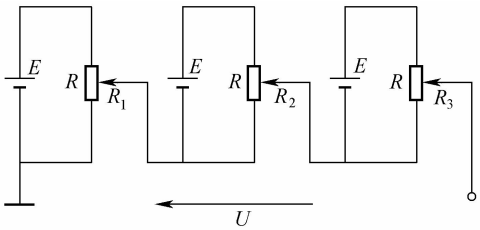


图 1-51　题 1-6 图

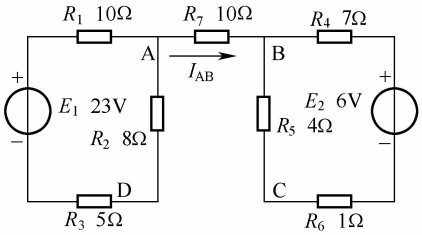


图 1-52　题 1-7 图

1-8　求图 1-53 中电路 ab 端之间的等效电路。

1-9　电路如图 1-54 所示，求 I_0（提示：用电源互换简化）。

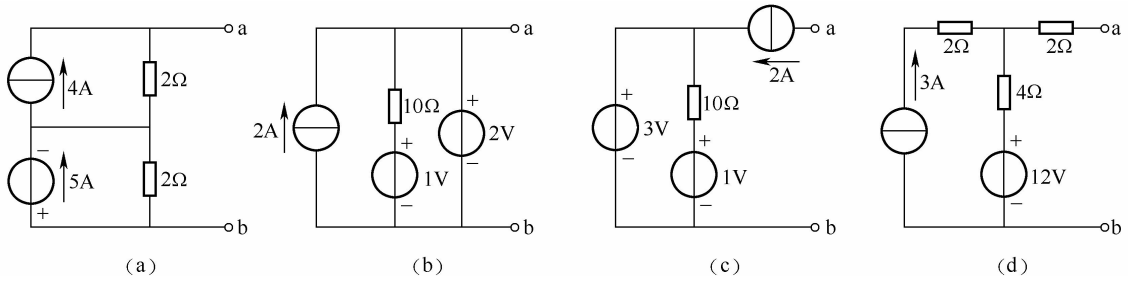


图 1-53　题 1-8 图

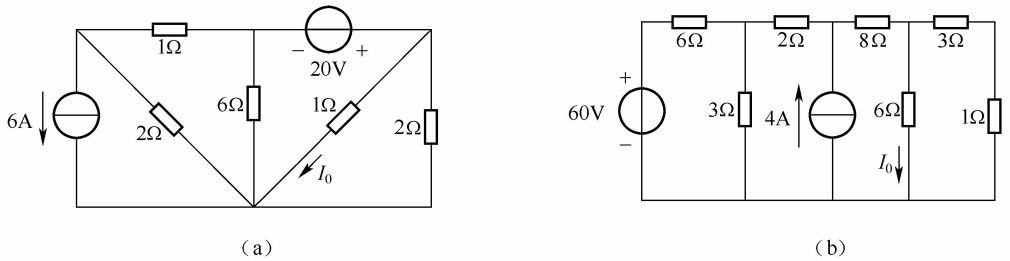


图 1-54　题 1-9 图

1-10　用支路电流法求图 1-55 中的电压 U。

1-11　用网孔法求图 1-56 电路中的 U_o。

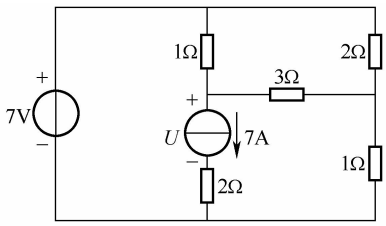


图 1-55　题 1-10 图

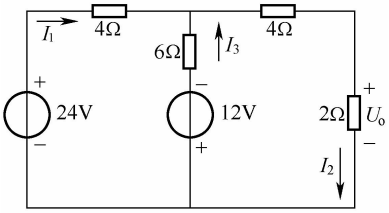


图 1-56　题 1-11 图

1-12　列出图 1-57 电路中节点 2 的节点方程。

1-13　用节点法求图 1-58 电路中的电流 I_1，I_2。

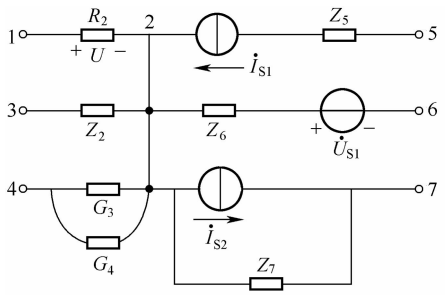


图 1-57　题 1-12 图

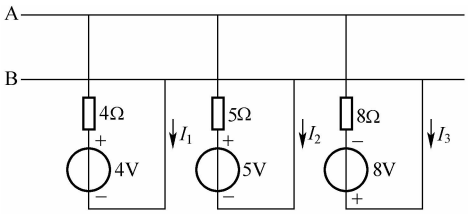


图 1-58　题 1-13 图

1-14　在图 1-59 电路中，若电流 $I=0.7\text{A}$，求电压源 E 的数值。

1-15　用戴维宁定理求图 1-60 中 1kΩ电阻中的电流 I。

1-16　用戴维宁定理求图 1-61 中的 U。

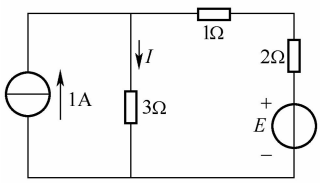


图 1-59　题 1-14 图

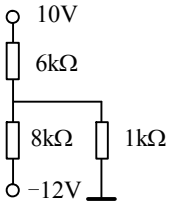


图 1-60　题 1-15 图

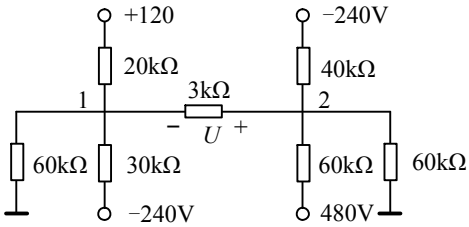


图 1-61　题 1-16 图

1-17　电路如图 1-62 所示，求：

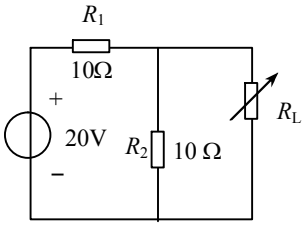


图 1-62　题 1-17 图

（1）R_L 获得最大功率时 R_L 的值，其最大功率是多少？20V 电源提供的功率是多少？

（2）R_1 和 R_2 消耗的功率又是多少？

（3）此电路的传输效率 η 是多少？